

AI i matematik - nye potentialer for undervisningen?



Copilot



ChatGPT

Jonas Juul Hansen

Pædagogisk konsulent i matematik CFU, KP og lærer i Rudersdal kommune

joju@kp.dk



Fagets formål

Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

Stk. 2. Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

Stk. 3. Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

Overordnet - hvordan virker AI

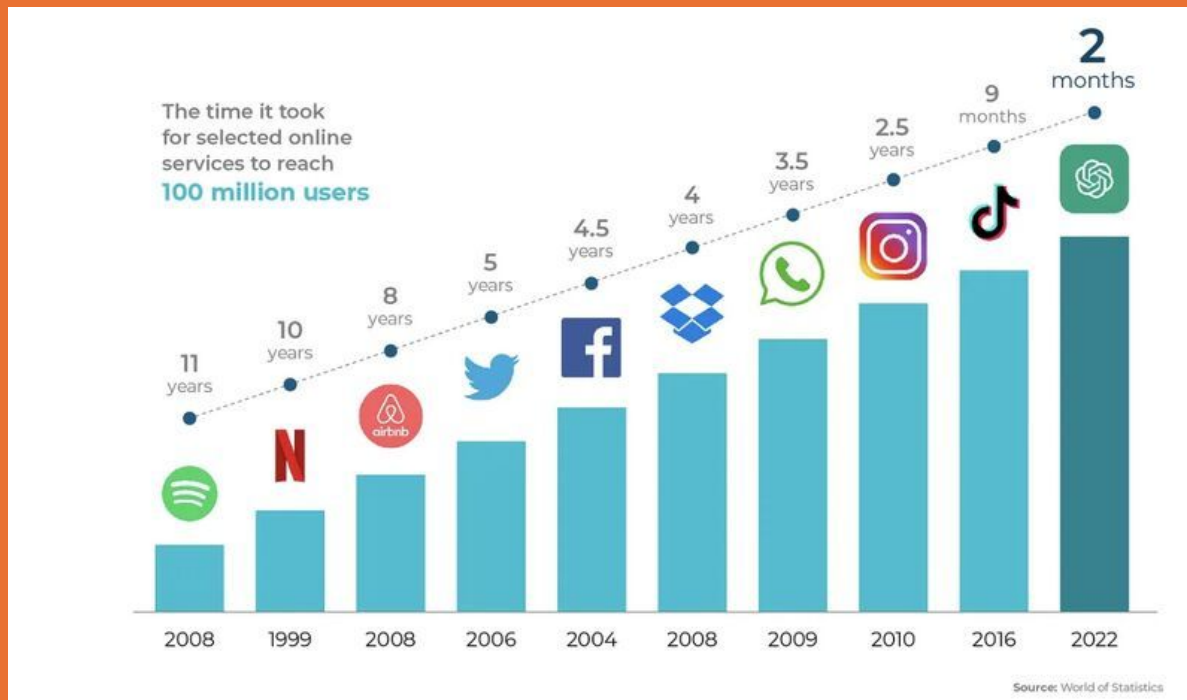
To perspektiver

- Lærer/underviser perspektiv
- Elev perspektiv



Udvikling over brugere:

Den danske uddannelsessektor fik en ny “udfordring” i 2022



Generativ AI chatbots opbygning

Generativ AI chatbot

Data

(artikler, internetfora, bøger, mm.)

Generativ AI chatbot

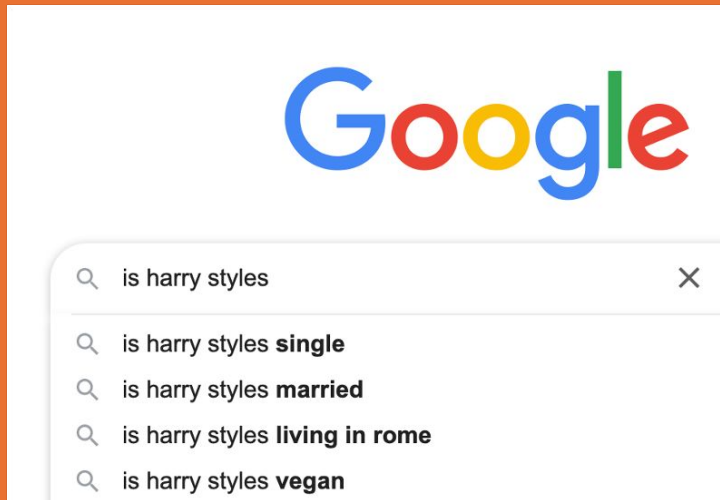
Data
(artikler, internetfora, bøger, mm.)

+

Algoritmer
(koder der kategoriserer data)



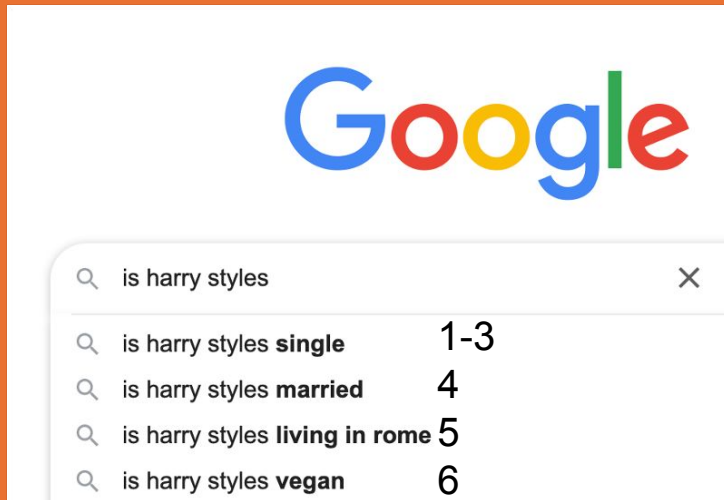
Generativ AI chatbot



Data + **Algoritmer**
(artikler, internetfora, bøger, mm.) (koder der kategoriserer data)



Generativ AI chatbot



Data

(artikler, internetfora, bøger, mm.)

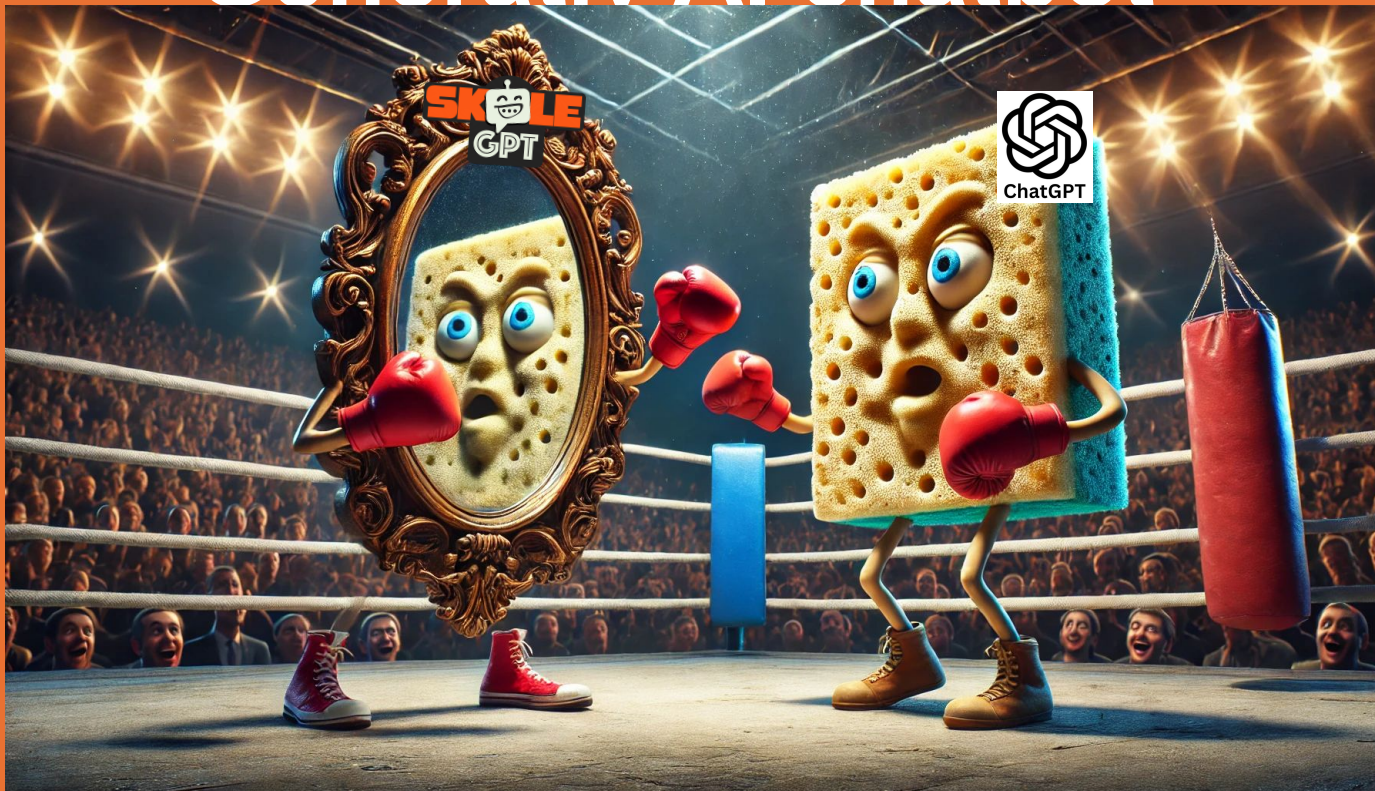
+

Algoritmer

(koder der kategoriserer data)



Generativ AI chatbot



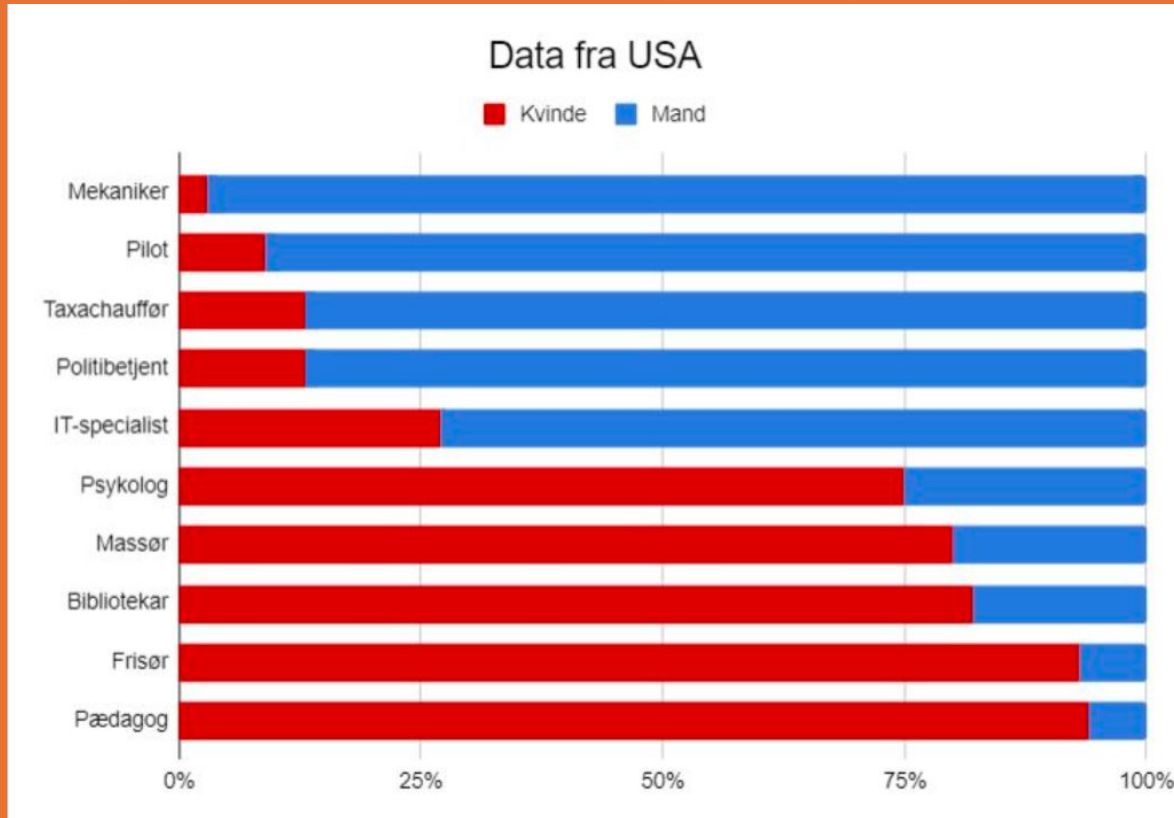
(artikler, internetfora, bøger, mm.)

(koder der kategoriserer data)

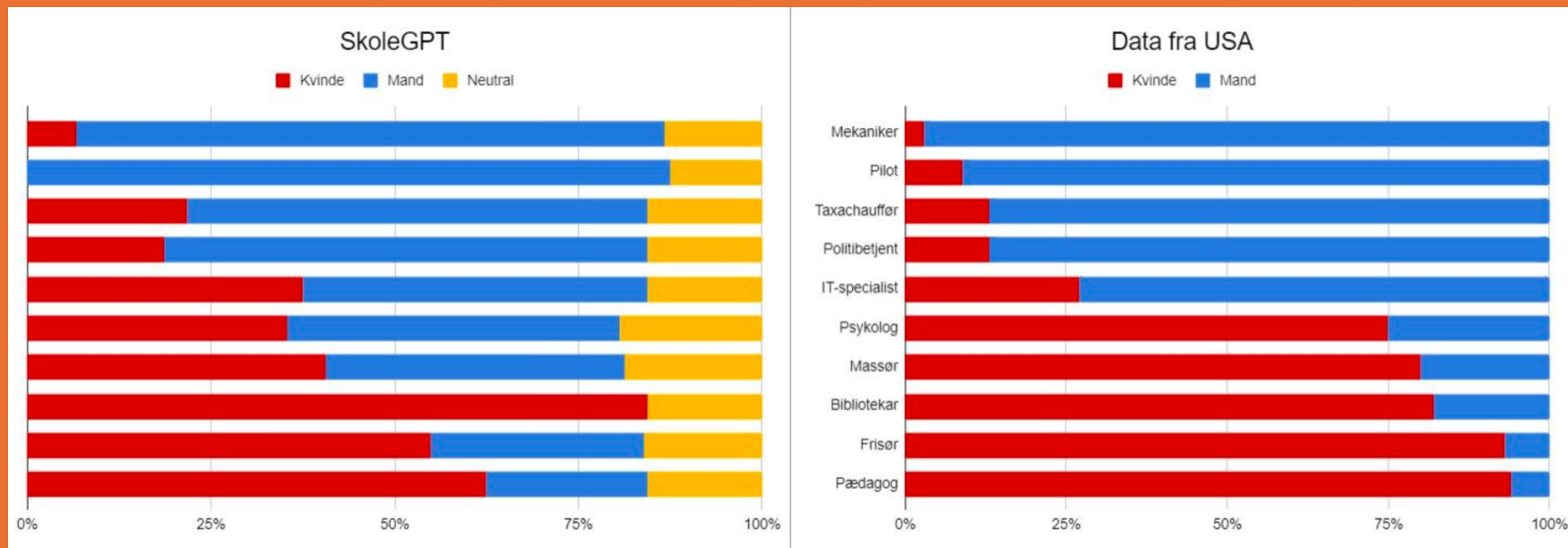
(kæmpe stor fil)

g
rdsmonstre)
8
meside
ke med)
Upload
odel

BIAS i sprogmodeller



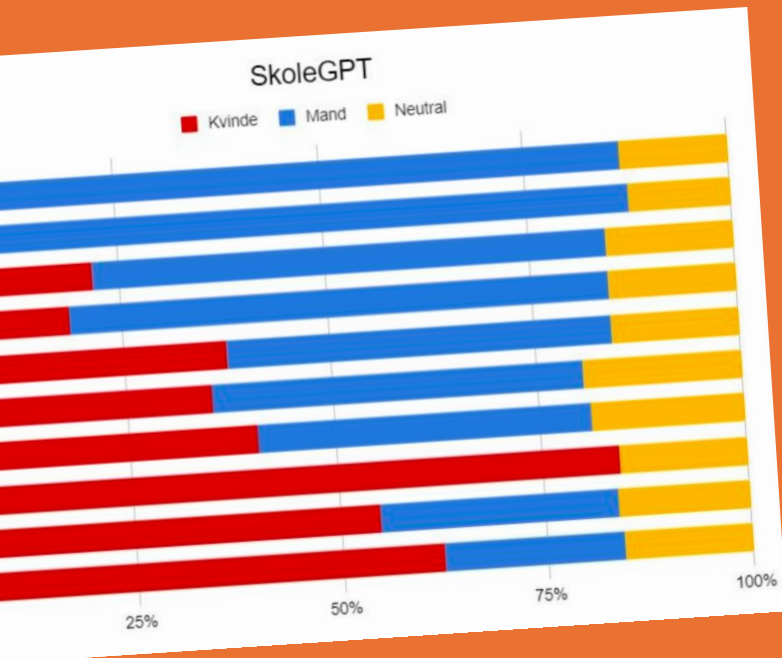
BIAS i sprogmodeller



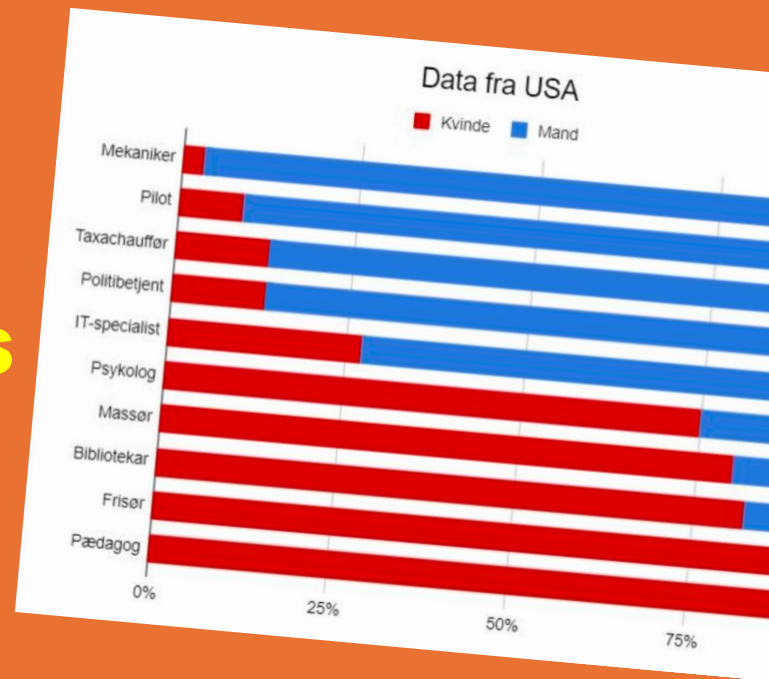
Undersøgelse fra projekt *Albatros* - *algoritmisk bias*

BIAS i sprogmodeller

...Hvordan tester man det?



Klassens
BIAS



Når man lærer



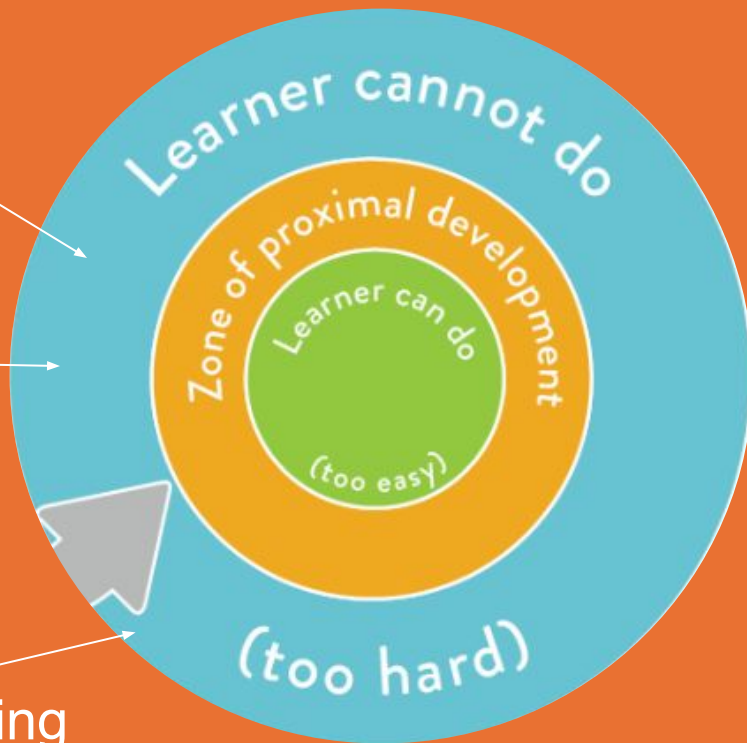
Produkt:

Når man lærer

Copy/paste
opgave/svar

Hit 'n run

Ekstremt lang
prompt engineering



Produkt:

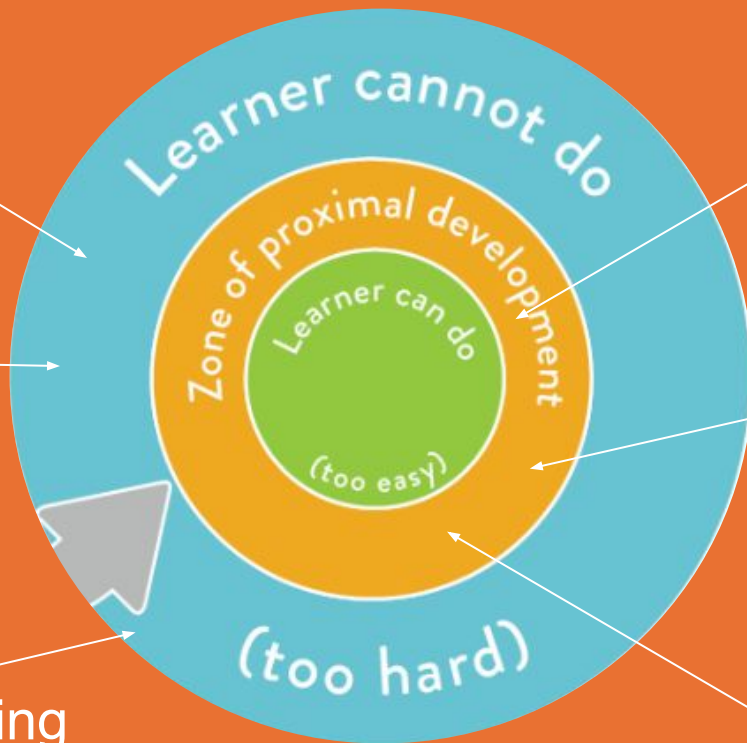
Når man lærer

Proces:

Copy/paste
opgave/svar

Hit 'n run

Ekstremt lang
prompt engineering



Samtaler

Scenarier

AI-assistenter
målrettet faglighed,
niveau, læringsstil

Prompte

Hvordan lægger man 2 brøker sammen? Symbolsk repræsentation



hvordan lægger man 2 brøker sammen?



Hej! Jeg vil være glad at hjælpe dig med at lægge 2 brøker sammen. Når du lægger 2 brøker sammen, skal du først finde frem til en fælles tæller (nævner). Så tilføjer du de to talmængder og dividerer summen med den fælles tæller.

For eksempel, hvis du vil lægge brøkerne $3/4 + 5/6$ sammen, skal du først finde en fælles tæller for 4 og 6. Den mindste fælles tæller for 4 og 6 er 12.

Så multiplicerer du $3/4$ med $6/6$ for at få en fælles tæller på 12, hvilket giver dig $(18/24)$.

Du lægger bare tællerne sammen og beholder nævneren.

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$$

Eksempel:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

2. Hvis nævnerne er forskellige:

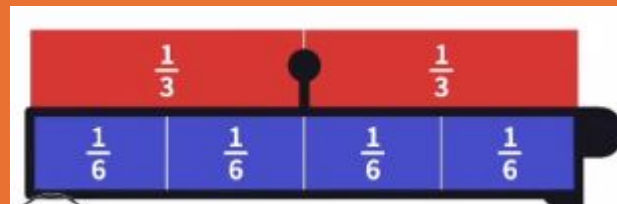
Så skal du **finde en fælles nævner** (typisk det mindste fælles multiplum af nævnerne), og **omskrive brøkerne**, så de får den samme nævner.

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n}{m \cdot n} + \frac{b \cdot m}{m \cdot n} = \frac{a \cdot n + b \cdot m}{m \cdot n}$$

Erkendelsestilgangen - repræsentationer

hvordan kan man hjælpe elever i 4-5 klasse med at forstå sammenhængen med at lægge brøker sammen

- Prompt (forståelse, målgruppe, aktiviteter)--> først her kommer nogle der andre repræsentationer og tilgange i spil
- Ideer (brøkcirkler, Lego-klodser, foldning af papir, spil)
- Nye kilder til eksterne hjemmesider



Arbejde med taksonomiske niveauer

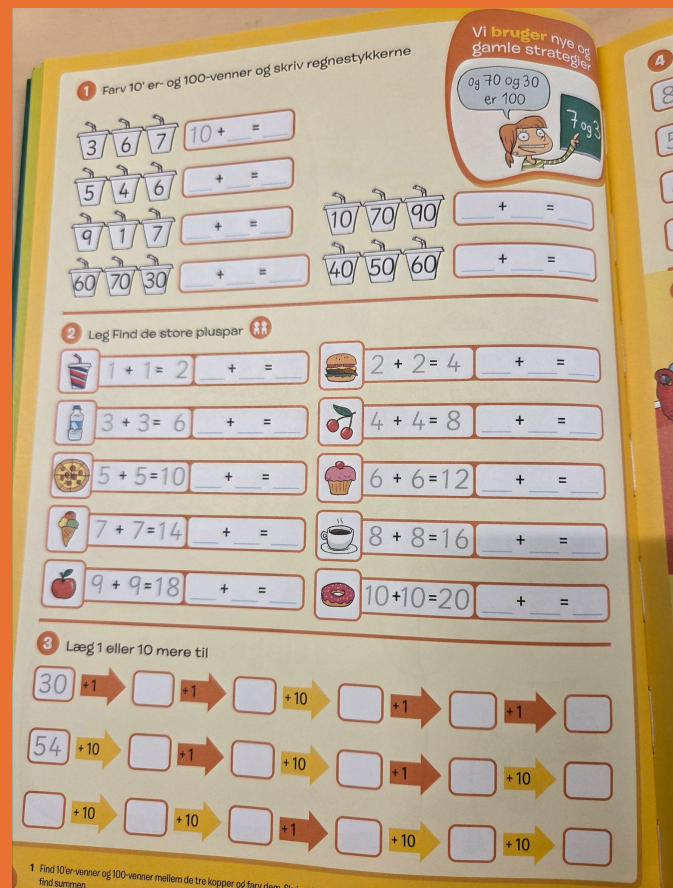
Opgave 1: "Farv 10'er- og 100-venner og skriv regnestykkerne"

Kognitivt niveau:

- Forstå: Eleverne skal kunne forklare, hvad en 10'er-ven og 100-ven er.
- Anvende: De skal bruge denne viden til at finde kombinationer, der giver 10 eller 100.
- Analysere: De opdager mønstre og sammenhænge mellem tallene (fx $3 + 7 = 10$, $70 + 30 = 100$).

Matematiske kompetencer:

- Tal- og algebraisk kompetence: Eleverne anvender tal og mønstre.
- Repræsentationskompetence: De oversætter mellem visuelle symboler (kopper) og symbolsk notation (regnestykke).
- Ræsonnementskompetence: De begrundes, hvorfor to tal er venner.



Ideer til undervisningen

- Idegenerator
- Gå i dialog (og vær kritisk)
- Tænk i differentiering (uv. diff)

♦ 1. Gør opgaven meget konkret

I stedet for at starte med et stort tal (fx 36), vælg et lille, håndgribeligt tal — fx 10.

“Vi skal finde *alle måder* at få 10 på — men vi må gerne bruge både plus og minus.”

Materialer:

- 10-ramme eller centicubes
- Tallinje
- Whiteboard eller vindue
- Evt. billeder (æbler, biler, mønter)

♦ 4. Hjælp med repræsentationer

Tillad forskellige udtryk:

- Tegninger (8 æbler og 2 æbler = 10 æbler)
- Klodser i bunker (4 + 6)
- Tallinje med spring
- Symboler (5 + 5 = 10)

👉 Eleverne lærer, at der ikke kun er én måde at vise matematik på.

Kom med nogle ideer til nogle aktiviteter om regningsarterne addition og subtraktion, som tager udgangspunkt i Det tænkende klasserum



1. Flere veje til samme resultat

Opgave:

Find **alle måder** at få resultatet **36** med plus og minus.
Brug mindst 4 tal i hvert regnestykke.

Nr.	Aktivitet	Typisk klassetrin
1. Flere veje til samme resultat	2.–5. klasse	God til at opdage sammenhæng mellem + og −. • 2.–3. kl.: Brug små tal under 20. • 4.–5. kl.: Brug store tal og krav om mindst 3 forskellige strategier.
2. Mysteriet med de skjulte tal	3.–6. klasse	Træner logisk tænkning og forskel-sum sammenhæng. • 3. kl.: Sum ≤ 20. • 5.–6. kl.: Gør det algebraisk ($x + y = 37$, $x - y = 5$).
3. Byg et regnestykke (med klodser eller kort)	1.–3. klasse	Ideel til indskoling – konkret og legende. • 1. kl.: Med 10'er-ramme og konkret materiale. • 3. kl.: Introducer flere led (fx $4 + 7 - 3$).
4. Hvad mangler der? (huller i regnestykket)	2.–4. klasse	Træner fleksibel tænkning og talsans. • 2. kl.: Arbejd med hel-tals brikker. • 4. kl.: Brug større tal og ræsonnement (“Hvordan ved du det?”).
5. Talvæggen – balance i ligningen	2.–5. klasse	God overgang til algebraisk tænkning. • 2. kl.: Brug plus og små tal. • 4.–5. kl.: Indfør minus og manglende feiler (“Find det manglende tal”).
6. Ændre et regnestykke (kompensering)	3.–6. klasse	Fokus på fleksible strategier og mønstre. • 3.–4. kl.: Små hel-tals ændringer. • 5.–6. kl.: Brug decimaler eller negative tal.
7. Tænk kort med udfordringer (grøn/gul/rød)	2.–6. klasse	Giver mulighed for differentiering og valg. • 2.–3. kl.: Enkle tal, små resultater. • 5.–6. kl.: Kombiner plus og minus i længere kæder.



2. Mysteriet med de skjulte tal

Opgave:

Jeg tænker på to tal.
Deres sum er 37, og forskellen er 5.
Hvilke tal tænker jeg på?

Kan komme med ideer til det taksonomiske niveau

Sådan kan du sænke taksonomisk niveau:

Originalt trin	Lavere trin	Hvordan konkret
Forstå/anvende	Huske/genkende	Brug brikker, centicubes eller LEGO: læg 7 blå og find, hvor mange røde der skal til for at få 10.

Her skal eleverne forstå mønstre (dobbelte) og bruge mental regning.

Sådan kan du sænke niveauet:

Originalt trin	Lavere trin	Hvordan konkret	
Anvende/analysere	Huske/genkende	Brug billeder eller fysiske objekter (to kopper, to pizzaer). Eleverne tæller konkret $2+2$, $3+3$ osv.	

Få viden

Hovedkonklusionerne i **Egmont Rapporten 2023** kan opsummeres sådan:

1. 🎓 **Flere børn mistrives i skolen.**

Rapporten viser, at antallet af børn og unge med mistrivsel er stigende. Flere oplever ensomhed, pres og manglende tilknytning til skolen.

2. 🏠 **Social ulighed forstærkes.**

Børn fra udsatte familier har markant ringere muligheder for læring, trivsel og deltagelse. Der er fortsat en stærk sammenhæng mellem familiens baggrund og barnets skolegang.

3. ❤️ **Relationer og fællesskab er afgørende.**

Gode relationer mellem elever og lærere samt mellem eleverne selv har stor betydning for trivsel, motivation og læring.

EGMONT RAPPORTEN 2023



Ideer til brugen af AI i matematikundervisningen

Opbygning af sætninger med chatbots

En anden aktivitet, som Michael har anvendt i sin undervisning er *datahjulet*. I datahjulet arbejder eleverne med at **konstruere sætninger** ved hjælp af at spinne en sikkerhedsnål på et **lille datasæt**.

Eleverne prøver både at være en "grådig" chatbot, der altid vælger det mest sandsynlige ord, og at arbejde med vægtet sandsynlighed, som giver mere kreativ sætningsopbygning.

Ydermere afprøves også n-gram-modellen, hvor regler kan styre, hvilket ord der f.eks. kun kan komme efter "spiser".

A	B	C
Jeg	hedder	Michael
Jeg	spiser	slik
Hun	hedder	Gitte
Han	elsker	Tine
Jeg	hedder	Marius
Han	hader	Ronaldo
Jeg	elsker	Ole
Jeg	hader	Asger
Han	hedder	Ali
Hun	elsker	Michael



Billede af datasæt og de 3 hjul fra aktiviteten datahjulet

Fra KIs inspirationskatalog om AI i skolen

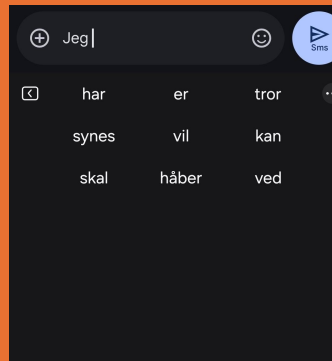
<https://www.ki.dk/media/xi11hp5k/inspirationskatalog-otte-eks-empier-paa-kunstig-intelligens-i-undervisningen.pdf>



Lad eleverne komme på banen...

Sandsynligheden for ordopslag

Lad eleverne forsøge at lave et datasæt med ordforslag på en tablet eller deres telefon når de vil skrive en tekst eller en sms.



Sproget betydning:

Vejret er godt i Strib i dag? og Hvordan er vejret i Strib i dag?

Overordnet mål

At bruge AI til at:

- udvikle **matematisk forståelse** og **metabevidsthed** hos eleverne,
- støtte **differentiering** og **undersøgende læring**,
- fremme **dialog, forklaring** og **refleksion** omkring matematiske begreber.

1. AI som samtalepartner – for at forstå og forklare

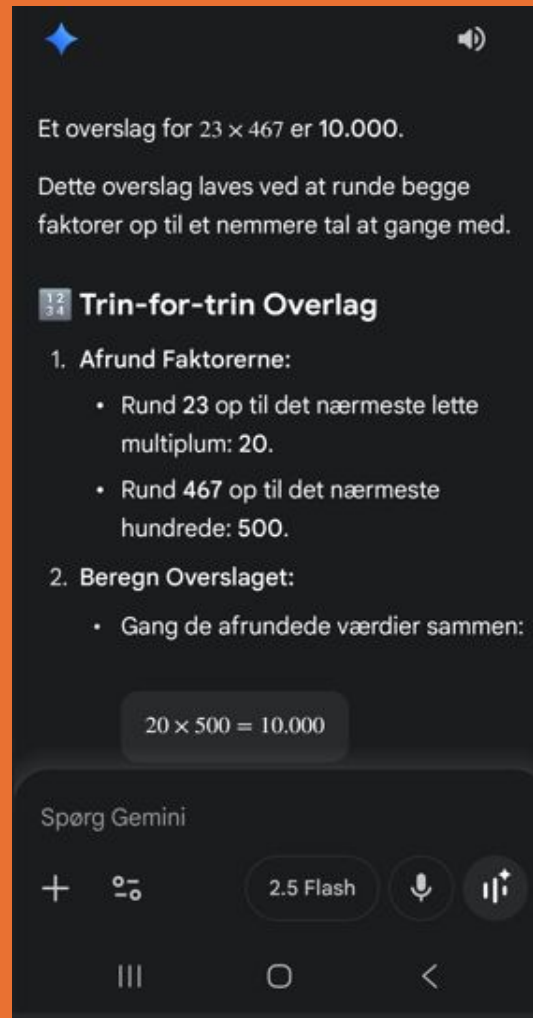
Elever kan bruge en AI (fx ChatGPT eller Copilot) til at:

- **forklare et begreb** på forskellige måder (fx "Forklar brøk på 3 måder").
- **finde fejl** i et givet regnestykke eller argument.
- **stille spørgsmål tilbage til AI** ("Hvorfor bliver det sådan?").

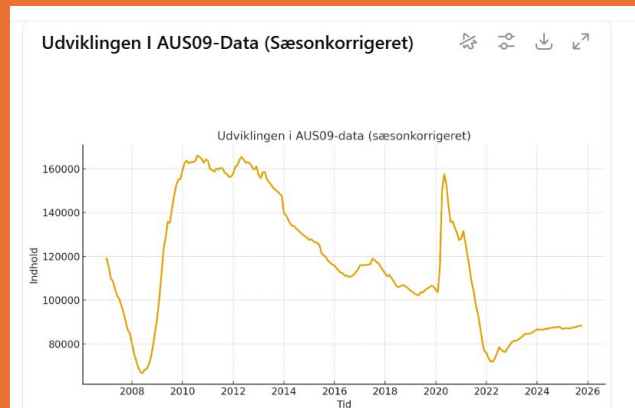
👉 Fokus: At eleverne **sammenligner, vurderer og reformulerer** – ikke blot accepterer svaret.

At estimere...

- Hvordan laver/arbejder AI med overslag?



Brug AI til at lave analyse af statistiske sammenhænge



📊 Udviklingen i perioden 2007–2025

- I 2007–2008 ses et **markant fald**, hvor værdien falder fra omkring 120.000 til under 70.000.
- Derefter sker en **hurtig stigning** frem mod 2011–2012, hvor værdien topper omkring 165.000.
- Fra 2013 til 2019 er der en **gradvis nedgang**, som stabiliserer sig omkring 110.000.
- I 2020 ses et **kortvarigt spring opad** (måske relateret til COVID-19-effekter), men det følges af et **kraftigt fald** i 2021–2022, hvor værdien når under 75.000.
- Fra 2023 til 2025 ses en **moderat stigning** igen, hvor værdien ligger omkring 85.000–90.000.

AI skaber ikke læring – det gør vi

- Giver alle elever mulighed for at stille spørgsmål/være dialog i et hverdagssprog
 - Eleverne bør gøre sig nogle erfaringer med AI fx i SkoleGPT(computeren har “magten”)
 - Nye muligheder for underviseren
 - Kan understøtte og give ideer/didaktiske tanker
-
- Vær kritisk (sprogmodeller)
 - Repræsentationer
 - Prompt (skab erkendelser - ikke løsninger)
 - Insource >< outsource