

Pernille Pind

MMM

Matematiker

Mormor

Missionær

Hvem er god til at regne?



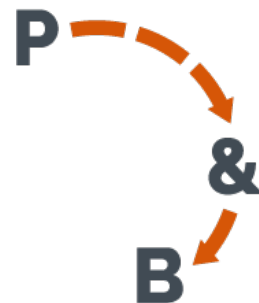
Hvem i din hverdag, af voksne, synes du, er gode til at regne?

Eksempler, Erik



Kan det betale sig
at koble et batteri
på vores solceller?





Eksempler, Erik

Vores anlæg kan producere 7,5 kW.
En tommelfingerregel siger, at vores batteri så skal rumme 7,5 kWh.

Vi bruger ca. 40 kWh pr dag. Så vi kan nemt tømme batteriet hver dag. Vi producerer mindst 7,5 kWh pr dag i 218 dage om året. Og i gennemsnit 2,4 kWh de øvrige dage.

1988 kan det passe?, ja, det er cirka 1500 +375

Dvs. alt i alt $7,5 * 218 + 2,4 * (365 - 218) = 1988$ kWh.

Så vi sparer $1988 \text{ kWh} * 2,5 \text{ kr./kWh} = 4970 \text{ kr. pr år.}$

Et 7,5 kWh anlæg koster ca. 40.000 kr.

Investeringen kan altså betale sig tilbage på 8 år.



Eksempler, Erik

 Salg 2024 .XLSX   
Fil Rediger Se Indsæt Formatér Data Værktøjer Hjælp

     100%  kr  %  .0  .00 123 | Calibri  - 11 +  B  I         

H2  =IF(D2<7,5;D2;7,5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	MålepunktsID	Fra_dato	Til_dato	Mængde	Uge	Måned	5 kWh batteri	7,5 kWh batteri	10 kWh batteri			
2	571313115190036671	01/01/2024	02/01/2024	0,209	1	1	0,21	0,21	0,21			
3	571313115190036671	02/01/2024	03/01/2024	0,063	1	1	0,06	0,06	0,06		mængde	antal dage
4	571313115190036671	03/01/2024	04/01/2024	0,405	1	1	0,41	0,41	0,41		0-1	57
5	571313115190036671	04/01/2024	05/01/2024	0,207	1	1	0,21	0,21	0,21		1-5	69
6	571313115190036671	05/01/2024	06/01/2024	0,586	1	1	0,59	0,59	0,59		5-10	45
7	571313115190036671	06/01/2024	07/01/2024	4,312	1	1	4,31	4,31	4,31		10-15	41
8	571313115190036671	07/01/2024	08/01/2024	6,792	1	1	5,00	6,79	6,79		15-20	36
9	571313115190036671	08/01/2024	09/01/2024	16,373	2	1	5,00	7,50	10,00		20-25	35
10	571313115190036671	09/01/2024	10/01/2024	1,617	2	1	1,62	1,62	1,62		25-30	36
11	571313115190036671	10/01/2024	11/01/2024	7,917	2	1	5,00	7,50	7,92		30-35	30
12	571313115190036671	11/01/2024	12/01/2024	12,657	2	1	5,00	7,50	10,00		35-40	17
13	571313115190036671	12/01/2024	13/01/2024	0,702	2	1	0,70	0,70	0,70			
14	571313115190036671	13/01/2024	14/01/2024	9,113	2	1	5,00	7,50	9,11			
15	571313115190036671	14/01/2024	15/01/2024	4,067	2	1	4,07	4,07	4,07			
16	571313115190036671	15/01/2024	16/01/2024	0,721	3	1	0,72	0,72	0,72			
17	571313115190036671	16/01/2024	17/01/2024	4,619	3	1	4,62	4,62	4,62			
18	571313115190036671	17/01/2024	18/01/2024	12,725	3	1	5,00	7,50	10,00			
19	571313115190036671	18/01/2024	19/01/2024	16,162	3	1	5,00	7,50	10,00			
20	571313115190036671	19/01/2024	20/01/2024	2,122	3	1	2,12	2,12	2,12			
21	571313115190036671	20/01/2024	21/01/2024	0,206	3	1	0,21	0,21	0,21			
22	571313115190036671	21/01/2024	22/01/2024	0,507	3	1	0,51	0,51	0,51			
23	571313115190036671	22/01/2024	23/01/2024	1,02	4	1	1,02	1,02	1,02			
24	571313115190036671	23/01/2024	24/01/2024	5,988	4	1	5,00	5,99	5,99			
25	571313115190036671	24/01/2024	25/01/2024	1,179	4	1	1,18	1,18	1,18			

Eksempler, Lisbeth

Størrelser: XS (S) M (L) XL (2XL) 3XL (4XL) 5XL

Blusens overvidde: 84 (90) 96 (100) 111 (121) 131 (139) 151 cm

Længde: 50 (52) 55 (57) 59 (62) 64 (66) 68 cm

Strikkefasthed: 28 masker x 40 pinde i glatstrik på pind 3 mm = 10 x 10 cm

Vejledende pinde: Rundpind 3 mm (40, 60 og 80 eller 100 cm), rundpind 2,5 mm (80 eller 100 cm), strømpepinde 2,5 mm og 3 mm (hvis der ikke strikkes med Magic Loop-teknik)

Materialer: 175 (200) 200 (225) 250 (275-300) 300 (300-325) 350 g Elise fra Permin (25 g = 115 m)

PetiteKnit

ANKER TEE



Tynn Line, Sandnes Garn

1 nøgle = 50 g = 220 m

Vejledende pindenr: 3 mm

Vejledende strikkefasthed: 27 m = 10 cm

53% bomuld, 33% viscose og 14% hør

Kan maskinvaskes

Kan jeg skifte garn?

Eksempler, Lisbeth

"Small, 200 g, dvs. 8 nøgler a 25 g, $8 \cdot 115 = 920\text{m}$

Sandnes garn, 4 nøgler giver $4 \cdot 220 = 880\text{ m}$. For lidt!

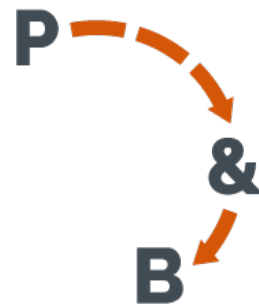
Men! S er 90 cm over brystet, M er 96 cm og også 200 g.

S ca. 6% mindre. 6% mindre end 920 m, ca. $920 - 50 = 870\text{ m}$.

4 nøgler sku' være nok!

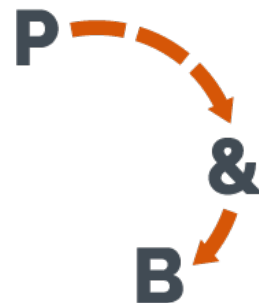
Tjekker lige på lommeregner: $920 - 6/96 \cdot 920 = 862,5"$

Men jeg købte 5 nøgler – og har 1 tilovers :-)



Hvad kendetegner dem?

1. De gør det! (Altså de regner faktisk)
2. De regner både i hovedet og elektronisk.
3. De regner både overslag og præcist.
4. De vurderer deres resultater.

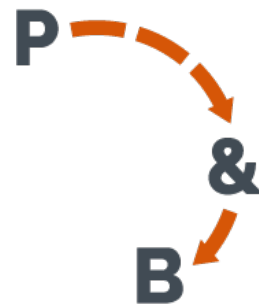


Dårlig til at regne?

Er selvfølgelig at få helt forkerte resultater af en udregning.

Men man er også dårlig til at regne, når man er for bange eller for doven til at regne.

Og man er også dårlig til at regne, når man ikke ved eller ikke opdager, hvornår det kunne være nyttigt at regne.

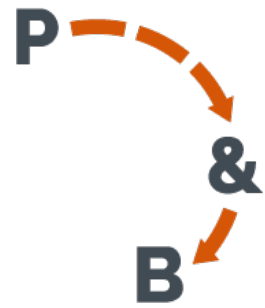


Hvad nu med AI?

Prøv lige AI på følgende:

1. Hvad skal jeg lægge til 1160 for at få 2007?
2. Hvad skal jeg gange 0,2 med for at få 6?
3. Kan du afrunde 12323456 til et tal jeg bedre kan forholde mig til?
4. Kan du grafisk vise forskellen på 2786 og 123,57?
5. Hvad er et overslag for $23 \cdot 467$?

Min overbevisning



Min overbevisning:

Så længe vi kræver, at alle elever skal lære de klassiske standardalgoritmer fastholder vi nogle elever i matematikvanskeligheder,

- og resten bliver bare for dårlige til at regne 😊.

Klassiske standardalgoritmer



Addition

$$\begin{array}{r} 235 \\ + 167 \\ \hline 402 \end{array}$$

Subtraktion

$$\begin{array}{r} 402 \\ - 167 \\ \hline 235 \end{array} \quad \begin{array}{r} 402 \\ - 167 \\ \hline 235 \end{array}$$

Forskellige
mellemregninger

Klassiske standardalgoritmer



Multiplikation

$$\begin{array}{r} 065 \\ 5 \overline{) 325} \\ \underline{0} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 324 \\ 46 \cdot 324 \\ \cdot 944 \\ \hline 12960 \\ \cdot 14904 \\ \hline \hline \end{array}$$

Division

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \\ 30 \overline{) 326} \\ \underline{25} 5 \end{array}$$

	3	2	4	
1	1	0	1	4
	2	8	6	
4	1	1	2	6
	8	2	4	
	9	0	4	

$$\frac{325}{5} = 65$$

Algoritmeregning

Algoritme-
regning giver
elever, der
prøver at **huske**
en procedure, og
ikke tænke over
tal og
regningsart.

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 28 \\ \hline 815 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 27 \\ \hline 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 203 \\ - 99 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ 3 \cdot 26 \\ 98 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 12 \\ 24 \\ 360 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 4 \overline{) 804} \\ 8 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

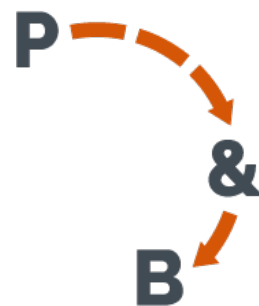
Algoritmeregning

Algoritme-
regning giver
lærere, der
prøver at **rette**
en procedure, og
ikke støtte
forståelse.

$$\begin{array}{r}
 23 \cdot 12 \\
 24 \\
 \hline
 360 \\
 \hline
 384
 \end{array}$$

"Nå, det er da en lille fejl. Den er nem at rette."

Prøven uden hjælpemidler maj 2024



5.1

$$649 + 749 = 1398$$

5.2

$$1008 - 989 = 19$$

5.3

$$15 \cdot 35 = 525$$

5.4

$$1208 : 8 = 151$$

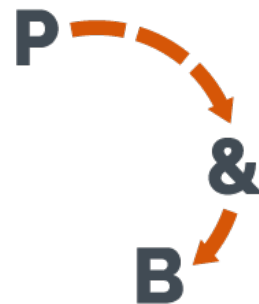
Opgave 5.1	
Andel besvaret	96%
Andel korrekt	93% 7%
Antal forskellige fejlsvar	312

Opgave 5.2	
Andel besvaret	99%
Andel korrekt	78% 22%
Antal forskellige fejlsvar	648

Opgave 5.3	
Andel besvaret	98%
Andel korrekt	73% 27%
Antal forskellige fejlsvar	1285

Opgave 5.4	
Andel besvaret	96%
Andel korrekt	79% 21%
Antal forskellige fejlsvar	1639

DanSMa, nyhedsbrev februar 2025



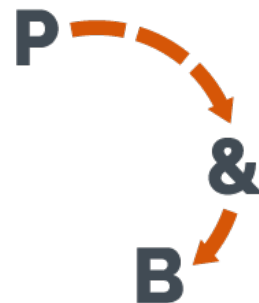
Bemærkninger

Opgaver er designet til talbaseret tænkning.

Der er for få der svarer korrekt– synes jeg!

De mange forskellige fejlsvar kan tyde på, at eleverne mangler en klar strategi.

Har "ministeriet" svigtet?



Har "ministeriet" svigtet

Vi har de sidste 30 år **ikke-undervist i algoritmer.**

Fordi det var det, "ministeriet" sagde. Men de gav ikke rigtig noget alternativ.

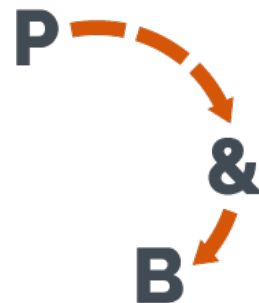
Jeg foreslår:

at vi begynder at **undervise i ikke-algoritmer.** 😊

Min vision



Lær eleverne enkle, **fleksible** og huskbare regnemetoder!



Fleksible regnemetoder

Fleksibilitet betyder at to elever, der bruger samme metode ikke behøver samme mellemregninger.

Og samme elev behøver ikke samme mellemregninger når hun bliver øvet.

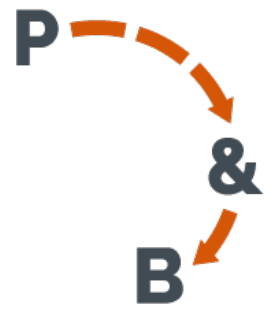
Man bliver bedre og bedre!

Min vision

Lær eleverne enkle, fleksible og huskbare regnemetoder!

Som de forstår og gider at bruge, og som er gode til overslag.

Og vi skal acceptere at eleverne udvikler sig og deres regning udvikler sig.



Fra talforne mmelse til talforståelse

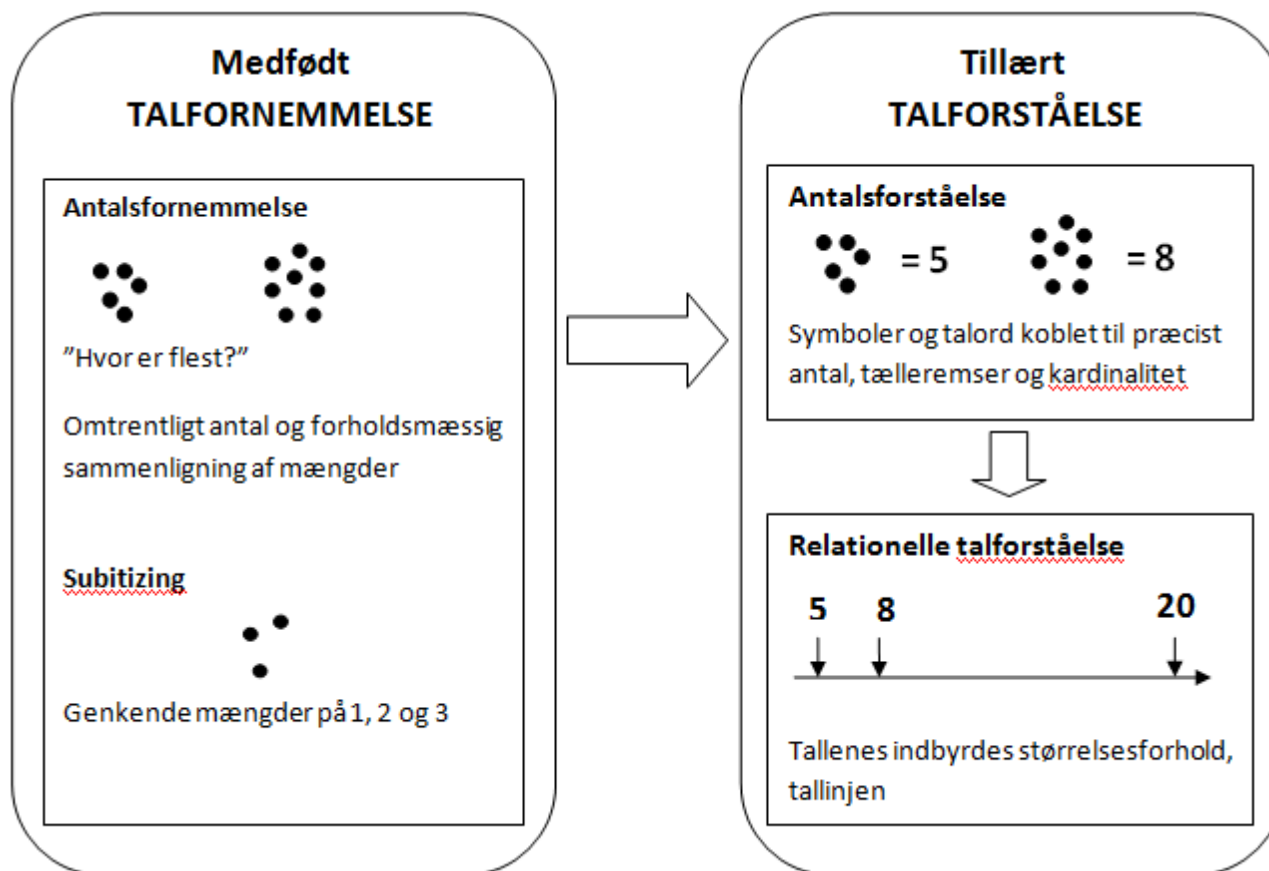
Den grundlæggende talforståelse



Den grundlæggende talforståelse er at kunne forbinde:

- talord
- talsymbol
- mængde
- tallinje.

Fra talforneemmelse til talforståelse



- Pernille B. Sunde og Lisser Rye Ejersbo

Antalsfornemmelse



Antalsfornemmelse

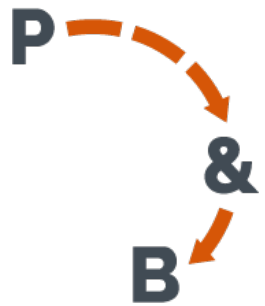
Evnen til at skelne mellem to mængder med relativt mange elementer.



P
&
B



Subitizing



Subitizing

Evnen til at skelne små antal (typisk op til 4) uden at tælle.

Subitizing

P
&
B



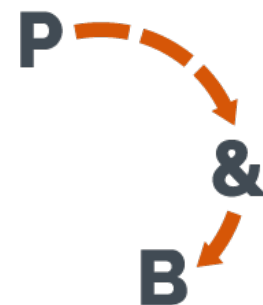
Subitizing

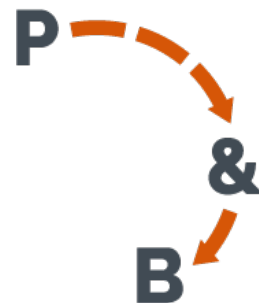
P
&
B



gruppe, børn, unge, søde, drenge, piger

Talforståelse næste niveau

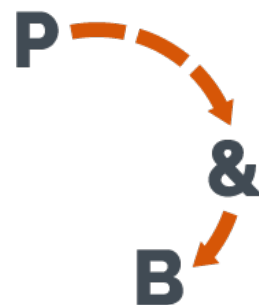




Manglende talforståelse

Når en elev får 7021:7 til at give 13,

eller når en elev får længden af Lillebæltsbroen
til at være 10.000 km

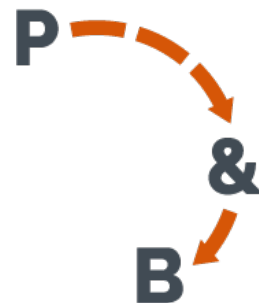


Talforståelse

Talforståelse er at kunne:

- estimere tal
- estimere størrelser,
- genkende et helt forkert resultat,
- være fleksibel, når man regner,
- veksle mellem forskellige repræsentationer af samme tal.

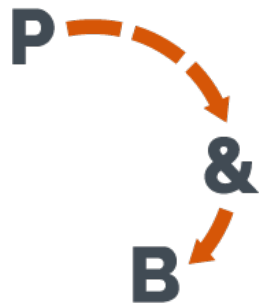
Dette bygger på den grundlæggende talforståelse



RoS/Indsats regning

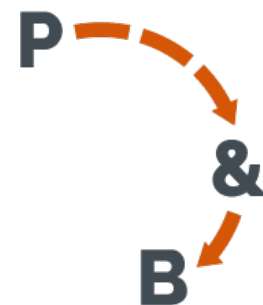
- Basisregnestykker
- Dagens tal (skriftligt, mundtligt, konkret)
- Hverdagsfortællinger
- Positionssystem:
 - Pladsværdikort
 - Tæller
 - Split op
- Plus med overslag
- Den tomme tallinje

Talsymboler



Alternativ til positionssystem er fx
Romertallene.

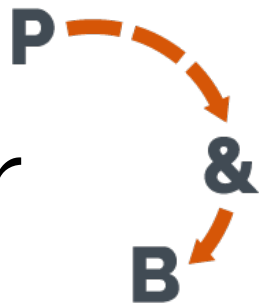
Positionssystem



Fordelene ved positionssystem:

- talsymbolerne er ikke så lange som fx romertal,
- gange med 10 er at flytte en plads til venstre,
- et talsymbol er entydigt.

Positionssystem opfattelser



- Pladser
- Bunker
- Tæller

Pladser

Hver position/plads har en værdi, pladserne har værdier af 10^n :

10.000'ere	1000'ere	100'ere	10'ere	1'ere
------------	----------	---------	--------	-------



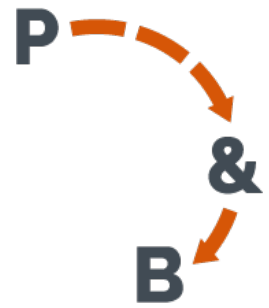
Talhus

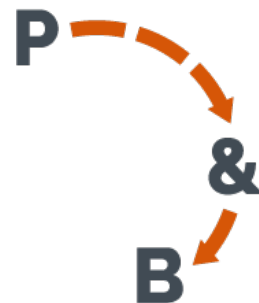
P
&
B



© Maria Grove Christensen - www.grovechristensen.dk - Illustrationer: Maria Grove Christensen

Pladsværdikort





Tænk lige over

Hvad nu hvis pladsernes værdier så sådan her ud:

20'ere	10'ere	5'ere	1'ere
--------	--------	-------	-------

Tænk over hvilket dilemma tallene 3000, 2115 og 515 i dette system giver.

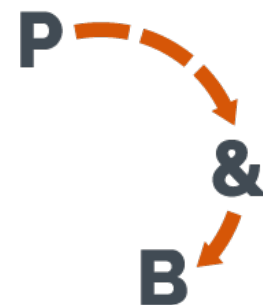
Pladser



Fordel:

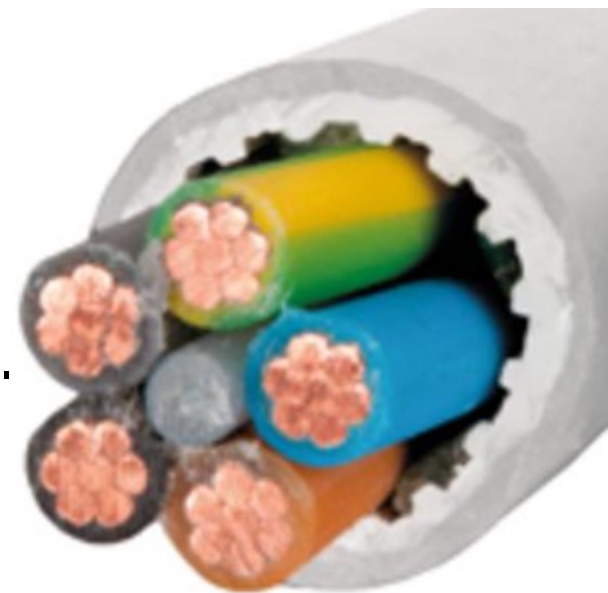
Tydeligt at en anden plads giver en anden værdi.

Bunker

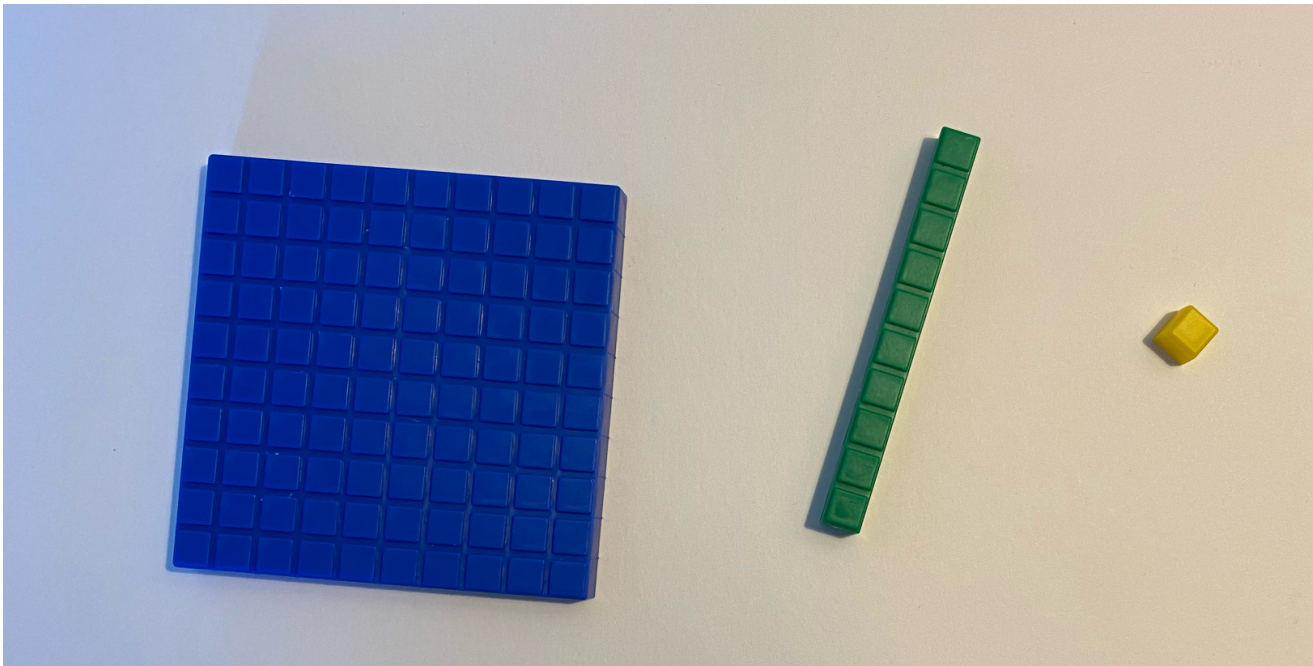
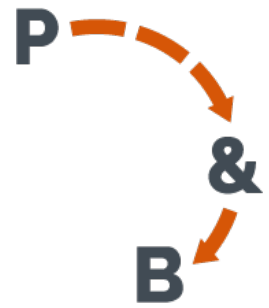


Vi samler i bunker, som så samles i større bunker, som så samles i større bunker osv.

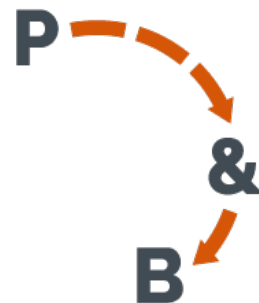
- 10 1'ere samles til 1 10'er.
- 10 10'ere samles til 1 100'er.
- 10 100'ere samles til 1 1000'er.



Kuber, stænger og plader



Tænk lige over



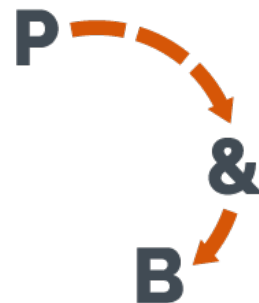
Du har 9 bunker á 10 og 9 1'ere, det er tallet 99.

Så får du én 1'er mere.

Hvad har du så, og hvad er tallet?

- 9 bunker á 10 og 10 1'ere, det er tallet 910
- eller 10 bunker á 10 og 0 1'ere ,det er tallet 100
- eller 1 bunke á 100, 0 10'ere og 0 1'ere, det er tallet 100 ?

Tænk lige over



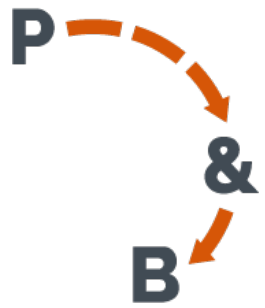
Du har 9 bunker á 10 og 9 1'ere, det er tallet 99.

Så får du én 1'er mere.

Hvad har du så, og hvad er tallet?

- 9 bunker á 10 og 10 1'ere, det er tallet 910
- eller 10 bunker á 10 og 0 1'ere ,det er tallet 100
- eller 1 bunke á 100, 0 10'ere og 0 1'ere, det er tallet 100 ?

Og så videre...

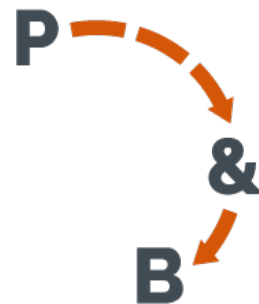


Hvordan skal 10.000 se ud?...

Bunke sammen

Fordel:

Veksling bliver tydeligt

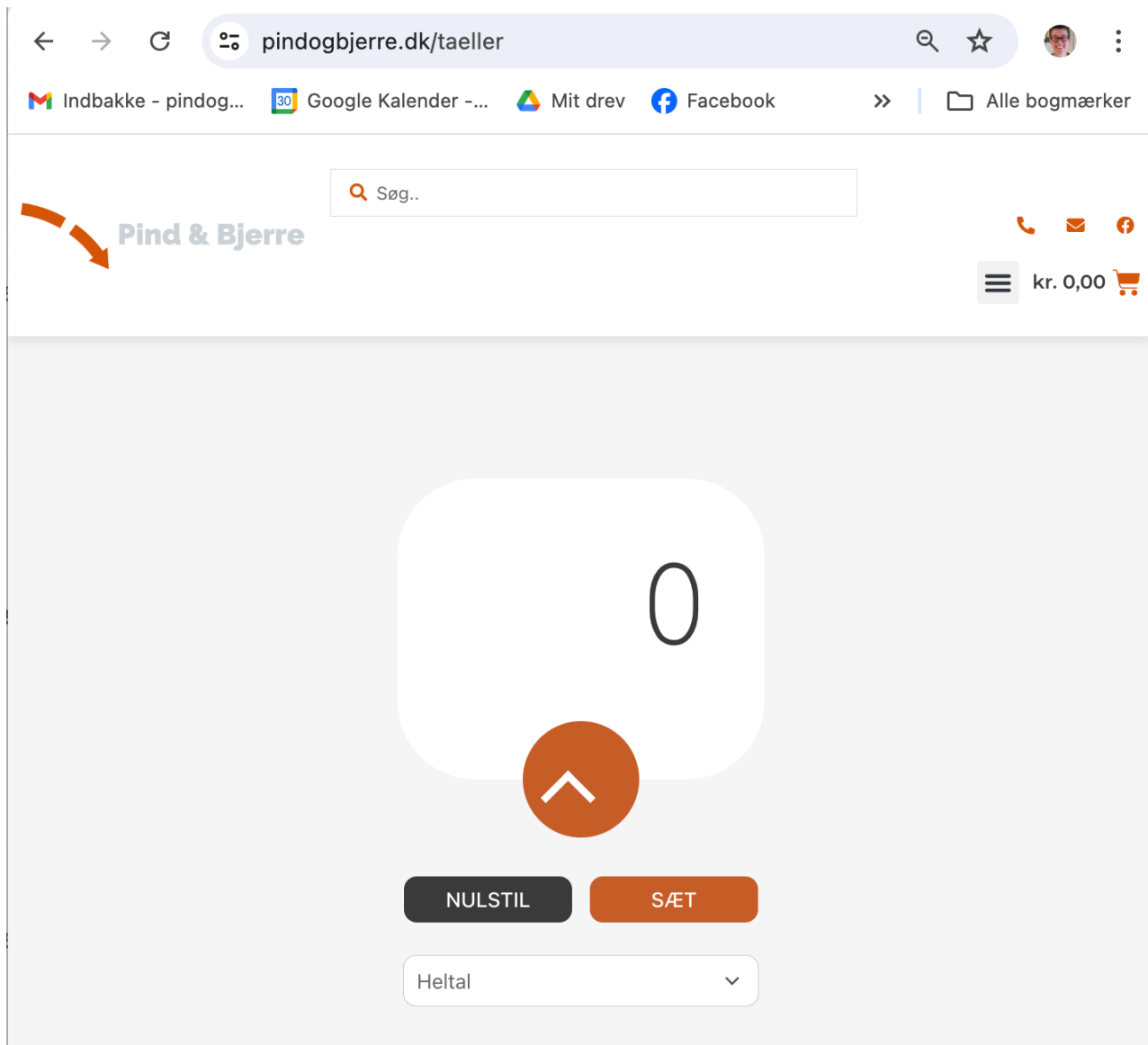


Tæller

Vi tæller fremad og hver gang vi kommer til 9, skiftes til 0 samtidig med cifferet til venstre skifter 1 op.

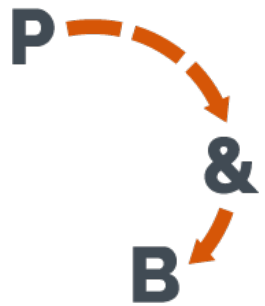
Hver runde har 10 cifre.





P
&
B

Tænk lige over



Hvor mange omgange har cylinderen yderst til højre drejet rundt når cylinderen yderst til venstre bevæger sig første gang?

Tæller



Fordel:

Tydeligt at skiftet sker efter 9, og ikke efter 10.



Fleksible, talbaserede Regnemetoder

Som man kan **undervise** i.

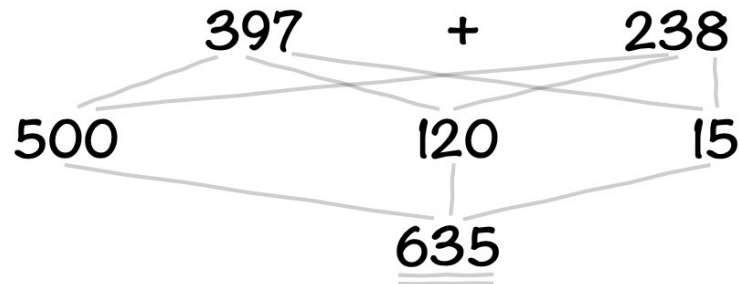
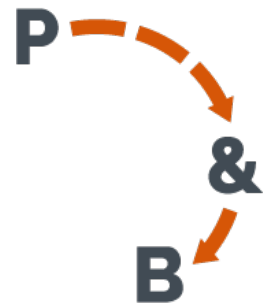
Addition, Lidt ad gangen



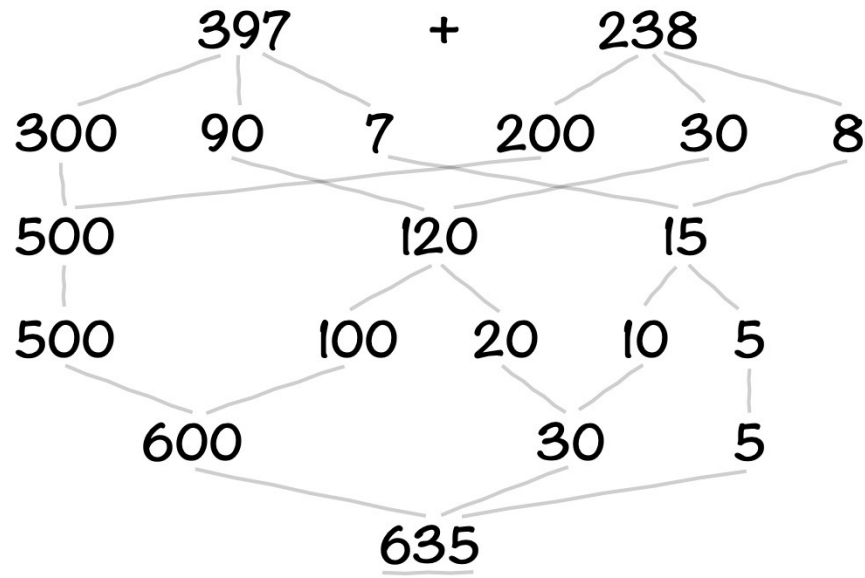
$$56 + 38$$

56	30	4	4
60	30	4	
90	4		
<u>94</u>			

Addition, Split op



Eller

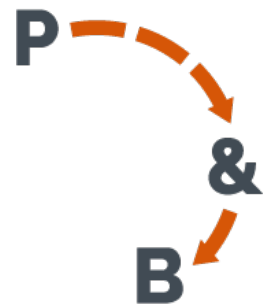


Subtraktion, Lidt ad gangen



$$\begin{array}{r} 904 - 849 \\ \hline \cancel{9}0\cancel{4} \quad \cancel{8}00 \quad 40 \quad 5 \quad \cancel{4} \\ \cancel{1}00 \quad \cancel{4}0 \quad 5 \\ 60 \quad 5 \\ \hline \underline{\underline{55}} \end{array}$$

Subtraktion, Fylde op

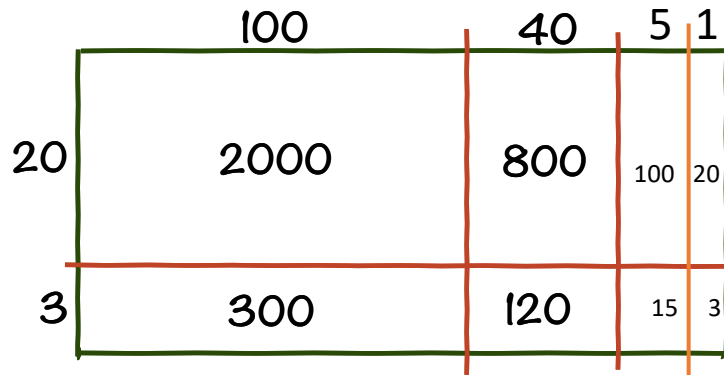


$$904 - 849 = 1 + 50 + 4 = 55$$

Multiplikation, Areal

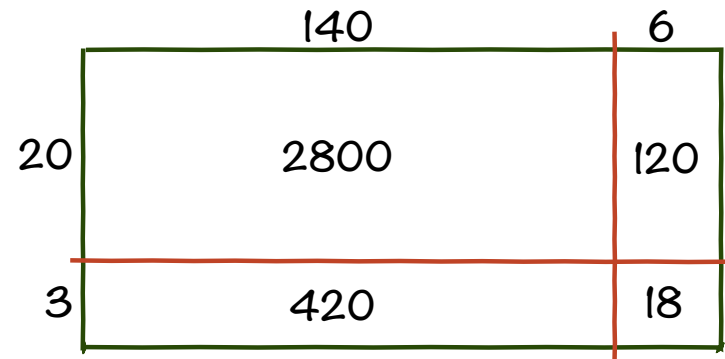


$$23 \cdot 146$$



$$2000 + 800 + 100 + 20 + 300 + 120 + 15 + 3 = 3358$$

$$23 \cdot 146$$



$$2800 + 558 = 3358$$

Division, Lignedeling



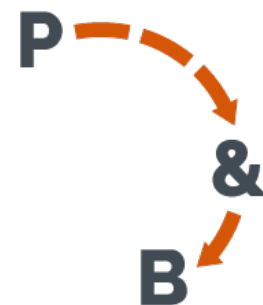
588:4

$\begin{matrix} 100+ \\ 25+ \\ 20+ \\ 2= \\ 147 \end{matrix}$	100	100	100	100	-400
	25	25	25	25	-100 — 500
	20	20	20	20	-80 — 580
	2	2	2	2	-8 — 588

588:4

	4	
$\begin{matrix} 100 \\ 25 \\ 20 \\ 2 \end{matrix}$	400	
	100	— 500
	80	— 580
	8	— 588

Overslag



Tillad virkelige grove overslag!

Undervis i virkelig grove overslag 😊

Smid cifre væk – ikke afrunding i første omgang.

Overslag



Plus og gange hver sin vej.

$$5793 + 281 = 6074$$

$$\text{Ca. } 5000 + 0 = 5000$$

$$\text{Bedre ca. } 6000 + 0 = 6000$$

$$23 \cdot 583 = 13.409$$

$$\text{Ca. } 20 \cdot 500 = 10.000$$

$$\text{Bedre ca. } 20 \cdot 600 = 12.000$$

Minus og division samme vej.

$$2735 - 1359 = 1376$$

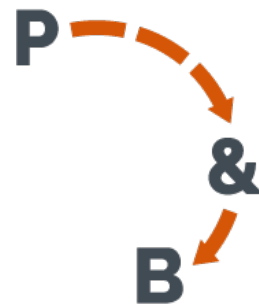
$$\text{Ca. } 2000 - 1000 = 1000$$

$$\text{Bedre ca. } 3000 - 1500 = 1500$$

$$2498 : 12 = 208,17$$

$$\text{Ca. } 2000 : 10 = 200$$

Bedre - det er svært 😊



Mit mål med regning

Fleksible talbaserede regnemetoder

- Hvor man kan udnytte de talsammenhænge man kan.
- Som kan bruges til overslag.
- Og som man kan huske og forstå så godt at man selv kan "samle masker op".
- Og som man gider at bruge!