

Styrk talforståelsen hos elever i matematikvanskeligheder

Workshop på DanSMas årsseminar Strib 2024

Mette Thompson



Bordet rundt

Kort præsentationsrunde

Historie

Man kan være 123 cm høj

Sofie fik 80 kr. af sin mormor og 20 kr. af hendes far. Hun havde 3 kr. i lommen. Hvor mange penge har Sofie nu?

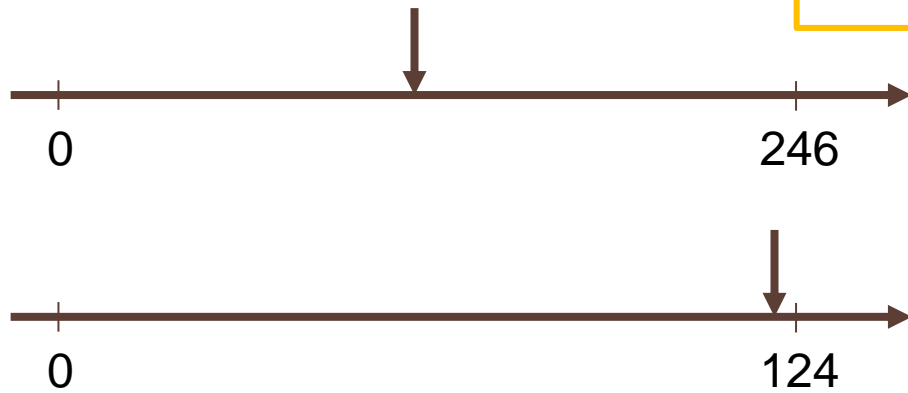
Beregning

$$100+20+3$$

$$246 - 123$$

$$12,3 \cdot 10$$

123



Tallinje

Tegning

Historie

Beregning



$$\frac{2}{6}$$

Tallinje

Tegning

Dagsorden

- Hvad vil det sige at forstå matematik?
- Hvad ved vi fra praksis ift. EiMV?
- Hvad ved vi fra forskning?
- "Streger i sandet"
- Aktiviteter
- Tørræning og kompenserende hjælpemidler
- Vidensdeling – er der nogle der har noget med?

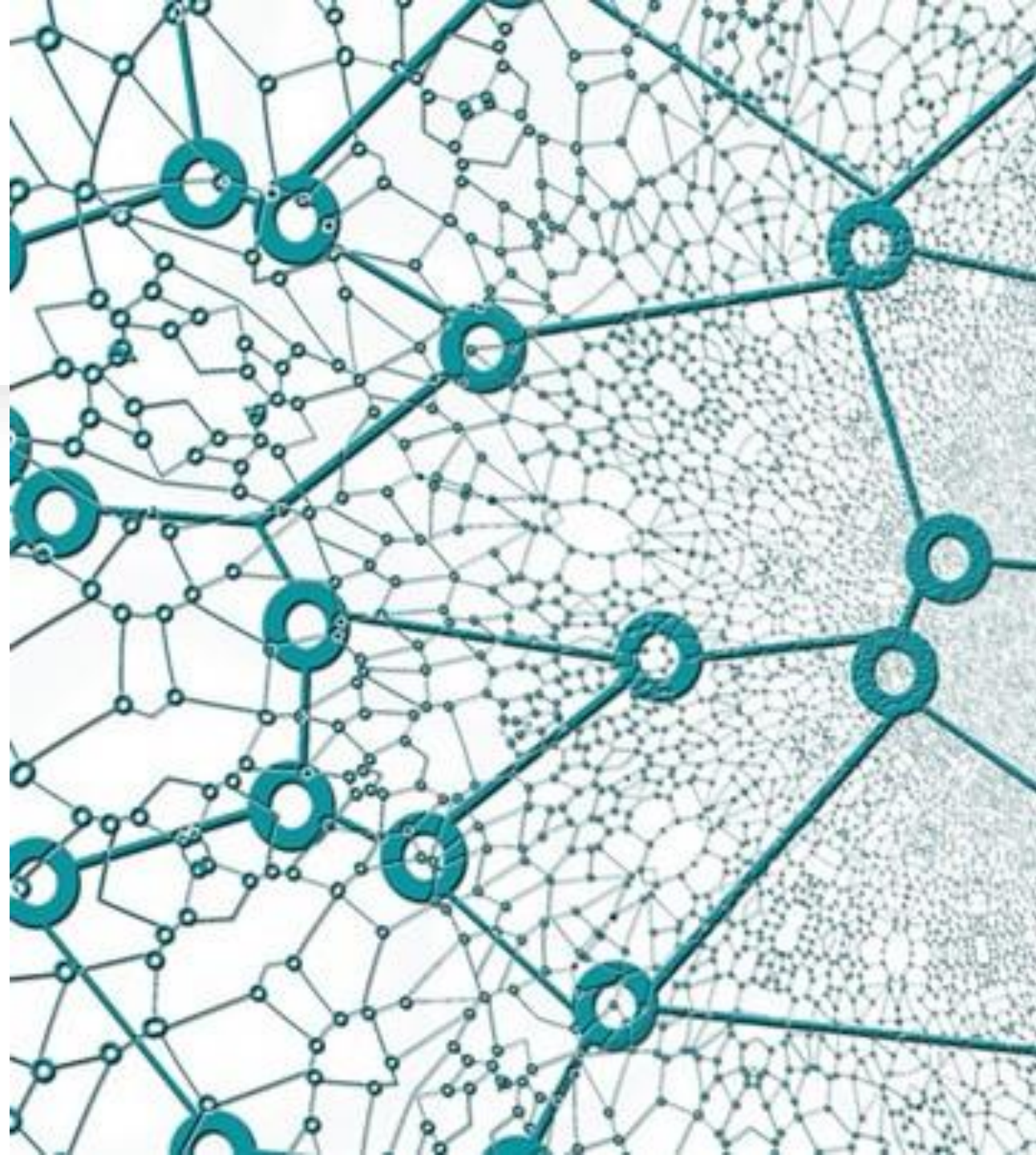
Forståelse som et netværk

Forståelse er den måde hvorpå en persons interne repræsentationer er strukturerede.

Alle netværk er forskellige og processen er kaotisk.

Graden af forståelse afhænger af antallet og styrken af repræsentationernes forbindelser.

Der er forskel på interne og eksterne repræsentationer.



Overgangen fra eksterne til interne repræsentationer

Kilde: Bruner (1964)

Konkrete repræsentationer

Fysiske repræsentationer.

Fx: Base10, brøkruder, en kvadratmeter i pap, en pyramide i plast eller en pose med vingummi til sandsynlighedsregning

Overgangen fra eksterne til interne repræsentationer

Kilde: Bruner (1964)

Konkrete repræsentationer	Ikoniske repræsentationer
<p data-bbox="183 645 728 696">Fysiske repræsentationer.</p> <p data-bbox="183 773 810 1076">Fx: Base10, brøkruder, en kvadratmeter i pap, en pyramide i plast eller en pose med vingummi til sandsynlighedsregning</p>	<p data-bbox="924 645 1454 759">Visuelle eller illustrerede repræsentationer</p> <p data-bbox="924 836 1600 1076">Fx: en tallinje, en brøkstreng, et kort, en brøkcirkel, alt i GGB, en graf, et søjlediagram over farvefordeling af vingummier.</p>

Overgangen fra eksterne til interne repræsentationer

Kilde: Bruner (1964)

Konkrete repræsentationer	Ikoniske repræsentationer	Abstrakte repræsentationer
<p>Fysiske repræsentationer.</p> <p>Fx: Base10, brøkruder, en kvadratmeter i pap, en pyramide i plast eller en pose med vingummi til sandsynlighedsregning</p>	<p>Visuelle eller illustrerede repræsentationer</p> <p>Fx: en tallinje, en brøkstreg, et kort, en brøkcirkel, alt i GGB, en graf, et søjlediagram over farvefordeling af vingummier.</p>	<p>Det symbolske sprog</p> <p>Fx: alle tal, matematiske symboler, en talremse (f.eks. tabeller), koordinatsæt, en funktionsforskrift.</p>

Forståelse som et netværk

Folding back

Når man møder noget, man ikke umiddelbart kan løse, er der brug for "fold back". Forhindres disse bygges der videre på et ufuldstændigt begrebsbillede = ujævn forståelse

Læring foregår ikke lineært og ens for alle.

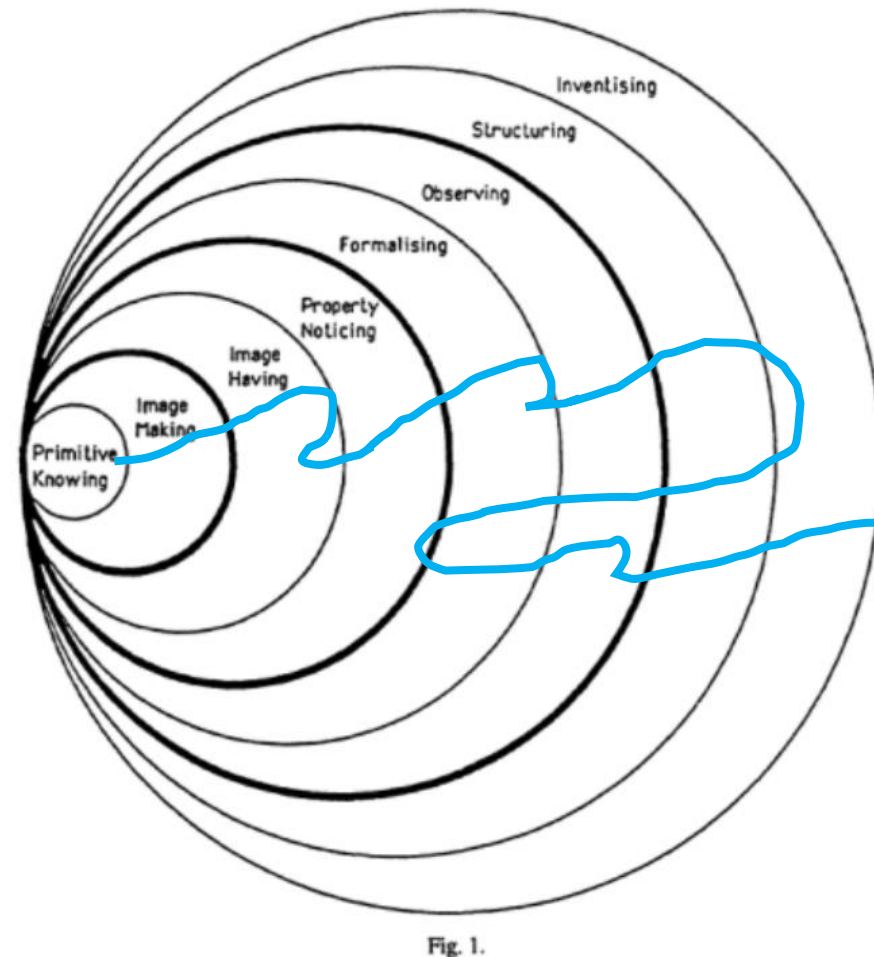
Alle spor er unikke og individuelle. Bevægelsen frem og tilbage skaber dybdelæring.

At udtrykke sig skaber fremdrift gennem lagene

At tænke er at skabe billeder og ord skaber handling og forståelse

Erkendelser er flygtige, mm. der handles og udtrykkes

Så hvis noget ikke er husket til næste gang, skal eleven arbejde med at udtrykke sig mere.



Forståelse som et netværk af repræsentationer

Konkrete repræsentationer	Ikoniske repræsentationer	Abstrakte repræsentationer
Fysiske repræsentationer. Fx: Base10, brøkruder, en kvadratmeter i pap, en pyramide i plast eller en pose med vingummi til sandsynlighedsregning	Visuelle eller illustrerede repræsentationer Fx: en tallinje, en brøkstreng, et kort, en brøkcirkel, alt i GGB, en graf, et søjlediagram over farvefordeling af vingummier.	Det symbolske sprog Fx: alle tal, matematiske symboler, en talremse (f.eks. tabeller), koordinatsæt, en funktionsforskrift.

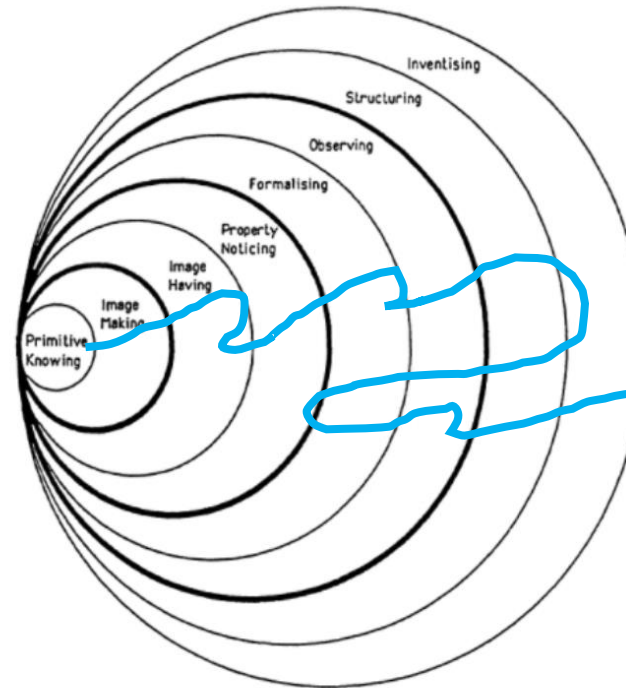
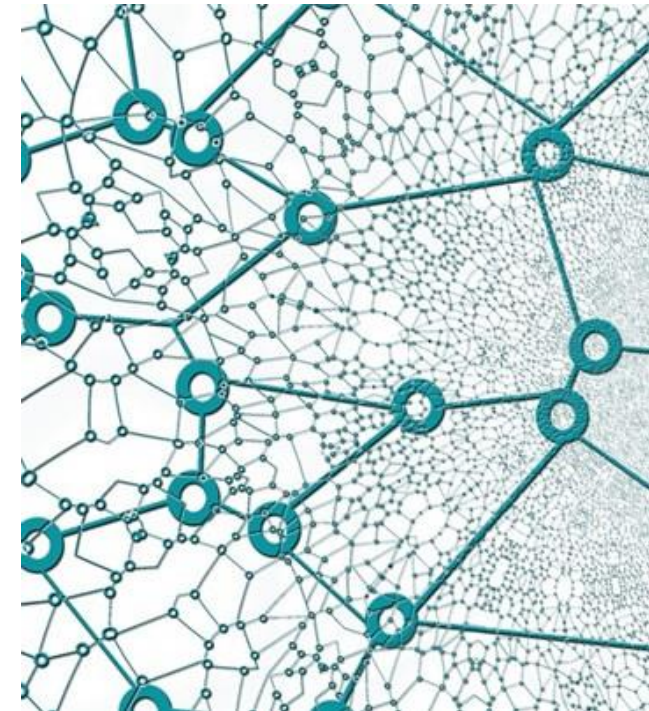


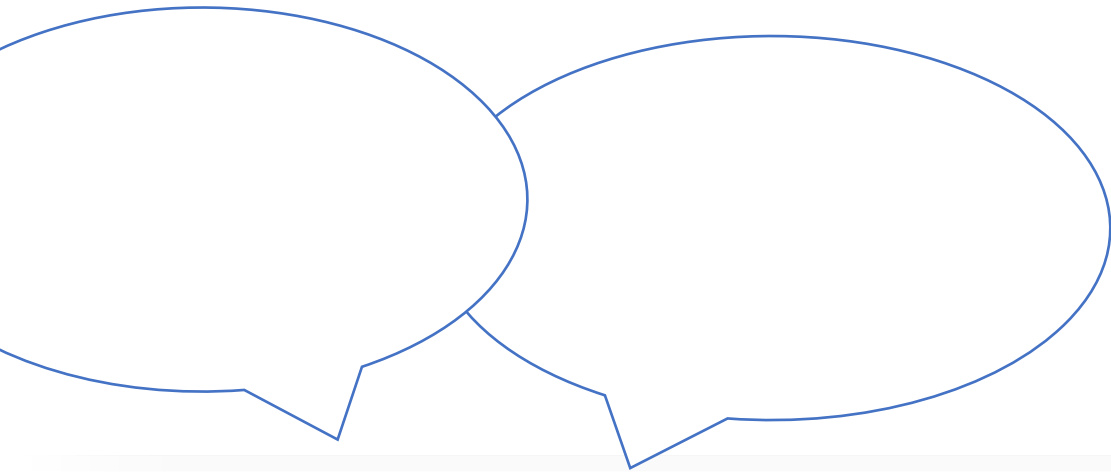
Fig. 1.



Visualisering af regning med brøker

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$



Lav en repræsentation af regneudtrykket, der understøtter den symbolske repræsentation.

- Konkrete repræsentationer
- Visuelle repræsentationer



Hvad ved vi fra praksis?

Nogle elever er lang tid om at lære tallenes navne

- Det er klart sværest for eleverne at skrive tallene ud fra en diktering, end det er for dem at læse et tal.

De elever der har svært ved at lære tallenes navne er de elever der op igennem deres skolegang præsterer lavt i matematik.

Er ofte rigide i deres anvendelse af tal.

- 17 er 17 og ikke $10+5+2$

Hvad ved vi fra forskningen?

Begrænset forståelse af talsystemet.

Mange EiMV kæmper med at forstå vores talsystem, især konceptet med pladsværdier (enere, tiere, hundreder osv.) Det kan føre til problemer med at arbejde med større tal eller forstå decimaltal og brøker. (Butterworth, B. 2005)

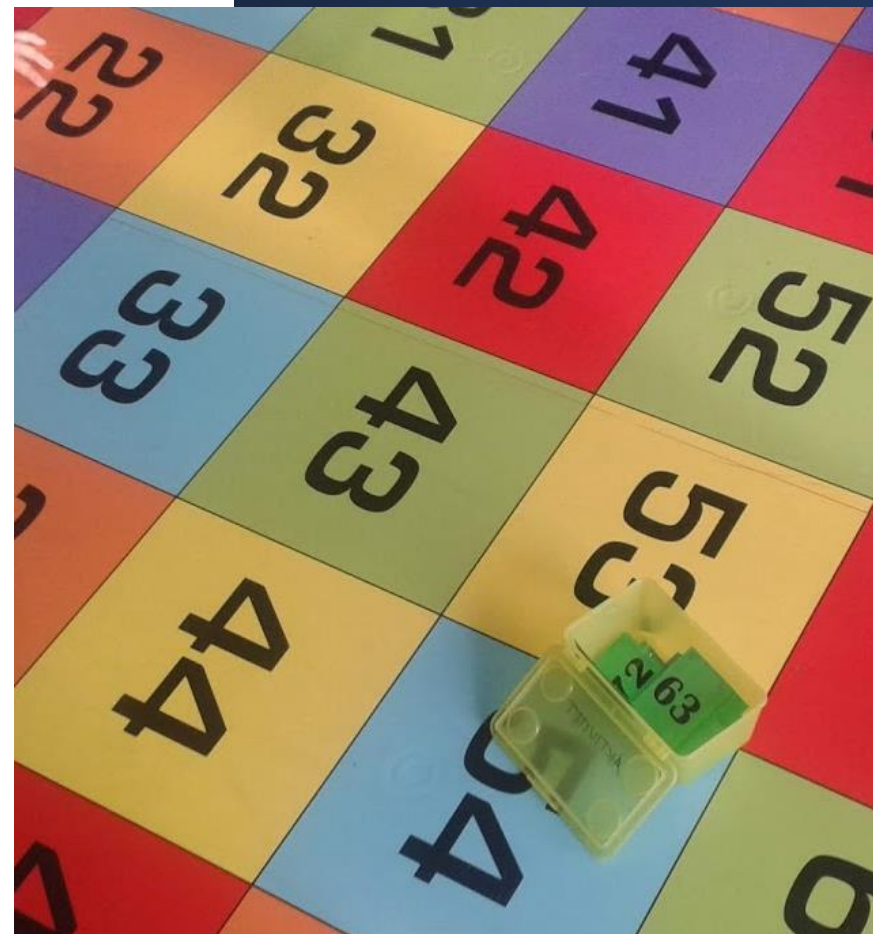
Vanskeligheder med talstørrelser og rækkefølger.

EiMV kan have svært ved at sammenligne tal og forstå deres relative størrelser. F.eks. kan de have problemer med at afgøre, hvilket tal der er større, eller hvor et tal skal placeres på en tallinje. (Gersten, R., & Chard, D. J.(1999)

Problemer med at huske og anvende matematiske fakta. Manglende automatiseringer

EiMV har ofte svært ved at huske basale aritmetiske fakta. Dette hæmmer deres evne til hurtigt og effektivt at løse problemer, fordi de ikke kan trække på automatiserede procedurer. (Geary, D. C. 2004). De anvender ofte usikre eller ineffektive strategier til at løse regneopgaver. De kan fx tælle på fingrene for at lægge sammen, selv når opgaverne burde kunne løses hurtigere ved at huske tabeller eller regneregler. (Dowker, A. 2005).

Elevens anvendelse af strategier i 1. klasse ved plus med etcifrede tal er en god indikator for elevens udvikling i 4. klasse. (Sunde, 2019)



Hvad ved vi fra forskningen?

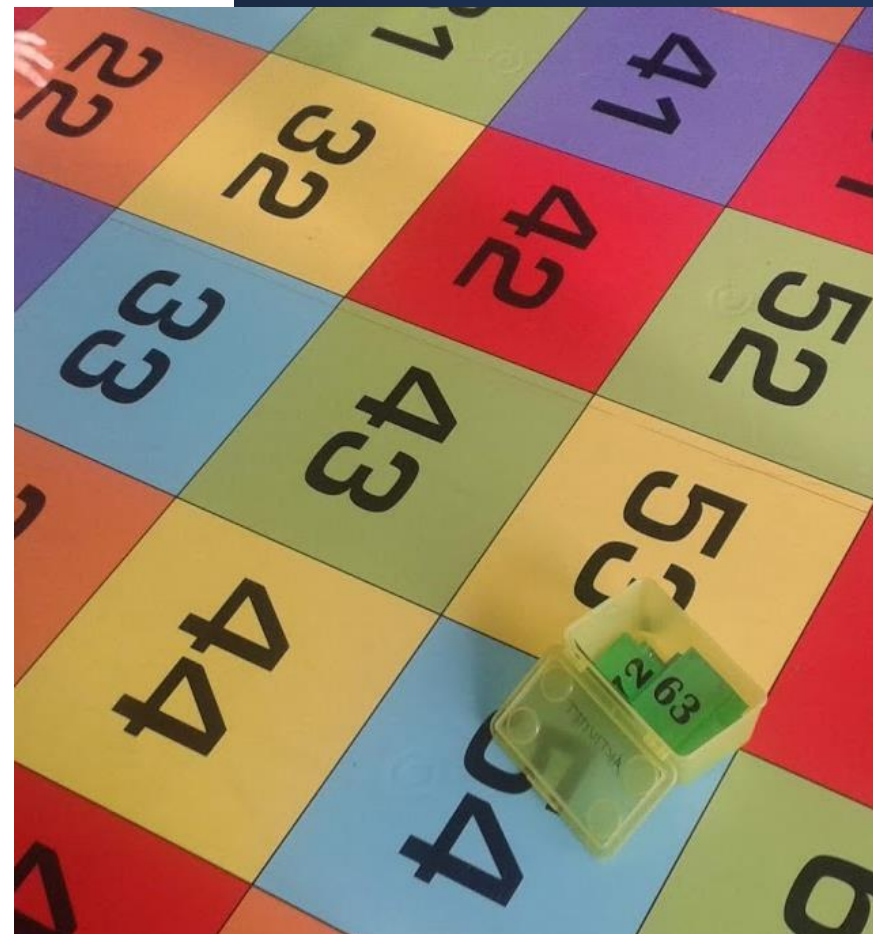
Talbehandling og visuelle forestillinger.

Nogle elever har svært ved at danne mentale billeder af tal og deres indbyrdes relationer, hvilket gør det sværere at arbejde med opgaver, der kræver abstraktion eller visualisering af matematiske koncepter. "Number sense" eller talforneemmelse er en anden vigtig faktor. Det handler om at forstå, hvordan tal hænger sammen og kan brydes ned og sammensættes igen på forskellige måder. Svag talforneemmelse gør det svært at arbejde med selv enkle aritmetiske opgaver uden at blive overvældet.

Manglende fleksibilitet i tænkning.

Elever med matematikvanskeligheder kan have svært ved at skifte mellem forskellige løsningsstrategier eller tilpasse sig nye problemtyper. De bliver ofte hængende i én måde at tænke på, selv når det ikke er effektivt. (Dowker, A. 2005)

Elever der ikke lærer at anvende hukommelsesstrategier fastholdes i optælling. (Ostad, 2008)



Elever i matematikvanskeligheder (EiMV)

Der er stor forskel på, hvilken vanskelighed man kan have i matematik. Nedenstående tre kategorier, tilbyder en måde at anskue forskellighederne på:

- **Elever, der også er i vanskeligheder i matematik**, dækker over den gruppe af elever, der er i generelle indlæringsvanskeligheder og elever der har kognitive funktionsnedsættelser som fx ADHD, ordblinde m.fl..
- **Elever, der alene er i vanskeligheder i matematik**, dækker over den gruppe af elever, der kun har vanskeligheder i matematikken, hvor der ikke er kognitive eller neurologiske årsager til elevens vanskeligheder.
- **Elever, der er talblinde**, er elever, hvor der er enighed om, at vanskelighederne stammer fra en kognitiv forskel, hvilket er en markant anderledes vanskelighed end elever, der præsterer lavt.




Elevernes oplevelse af matematik

Hvad betyder elevers oplevelse af det at have matematik?

Motivation er ikke noget man har eller ikke har – det er noget der skabes i den kontekst man er i.

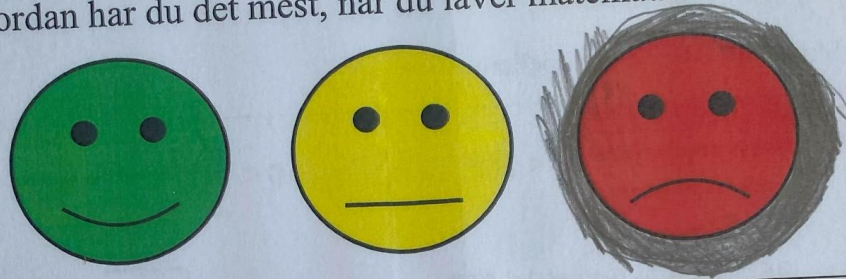
Hvordan har du det mest, når du laver matematik?



Fordi...

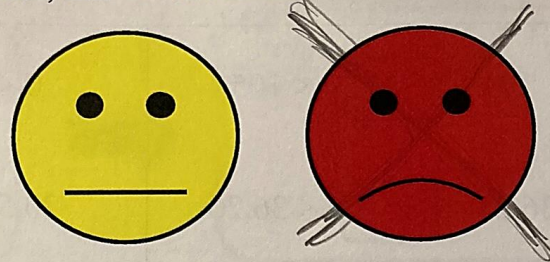
Elevbesvarelser

Hvordan har du det mest, når du laver matematik?



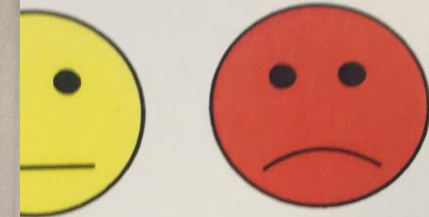
Fordi... Jeg synes opgaverne er meget svære, og jeg ikke er lige så god til matematik som de andre i klassen, og fordi at vores biologilære siger at jeg ikke skal bruge den lighyale der ligger på bordet, til at regne med og bruge samtaling og jeg går i 7 og der skal man kunne sidem høre regnestykker i hovedet, men det kan jeg ikke, så jeg føler mig ret dum i matematik

Hvordan har du det mest, når du laver matematik?



at jeg er dårlig og ikke kan ud af det meget hvor tit jeg prøver

Hvis du var en smiley, hvordan så du så ud, når du har

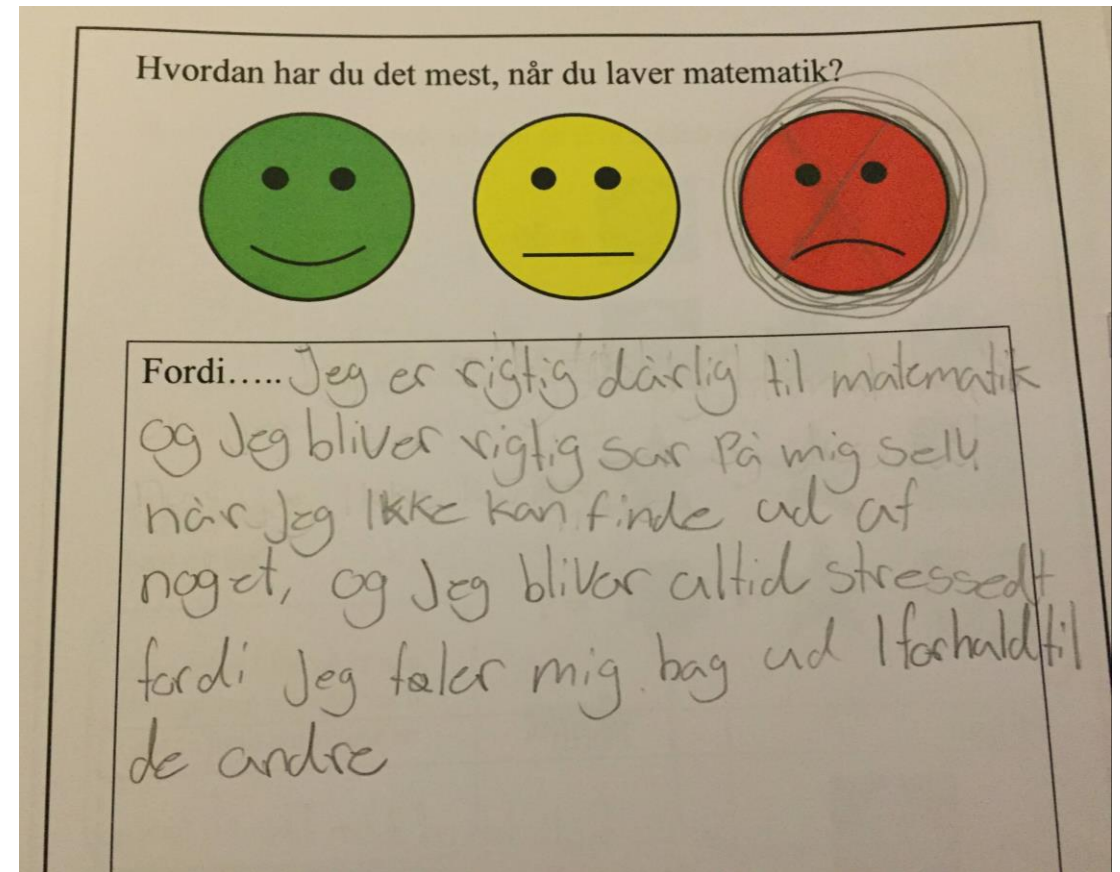


get jeg ikke for
Jeg forstår det
forklære det
ogen gange kan
å ind af det ene
e andet, men ikke
koncentrere mig
rdi jeg ikke

De røde børn

Tre tendenser viser sig:

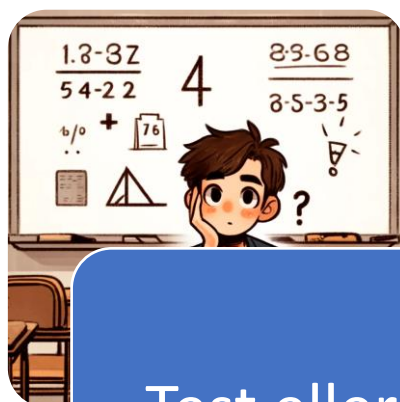
1. Oplevelsen af ikke at kunne faget matematik
2. Det at have matematik skaber en affektiv følelse af stress, frustration eller opgiveness
3. Sammenligne sig selv med andre



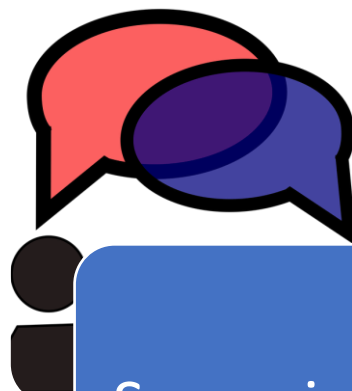


Kommer du i tanke om en elev eller to?

Identificering...og hvad så?



Test eller
bekymring



Screenings-
samtale



Indsats

Erfaringer fra Helsingør

“Streger i sandet”

Klasseindsatser på faste årgange
Individuelle/hold indsatser på faste årgange

Fælles fokus

Vi har valgt ud og sat fokus

Alle - nogle - få

Indsatser på flere niveauer

Vidensdeling skolerne imellem om...

- klasseindsatser
- individuelle/hold indsatser
- fagteamsamarbejdet
- forældreinvolvering
- progressionsplaner
- konferencer og evalueringer



Streger i sandet

0.-2.årgang	3.-6.årgang	7.-9.årgang
De naturlige tal	Rationale tal og Regnestrategier addition og multiplikation	Rationale tal, Regnestrategier og problemløsning.
Need to: <ul style="list-style-type: none">• at kunne forbinde talnavn med talsymbol• at kunne anvende tallene i nye sammenhænge (fleksibelt)	Need to: <ul style="list-style-type: none">• at forstå at der ligger noget mellem 3 og 4 og at $\frac{3}{4}$ er mindre end 1.• at regruppere tallene og stå på det man ved (fleksibilitet)	Need to: <ul style="list-style-type: none">• at regruppere tallene og stå på det man ved (fleksibelt og adaptivt)• læse og forstå en opgave ved at lave opgaver selv



Hvilke streger i sandet har I?

Emilie

0-9	10	20	30	40	50	60	70	80	90
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Emilie går i 2. klasse. Hun har 3/10 tal rigtige i taldiktaten i TF2.

I screeningen viser hun, at hun kan tælle sikkert frem til 49.

Hun er usikker på tal i 50,70 og 90'erne.

Hun bytter nogle gange rundt på 50 og 60. Men har tillært 80'erne.

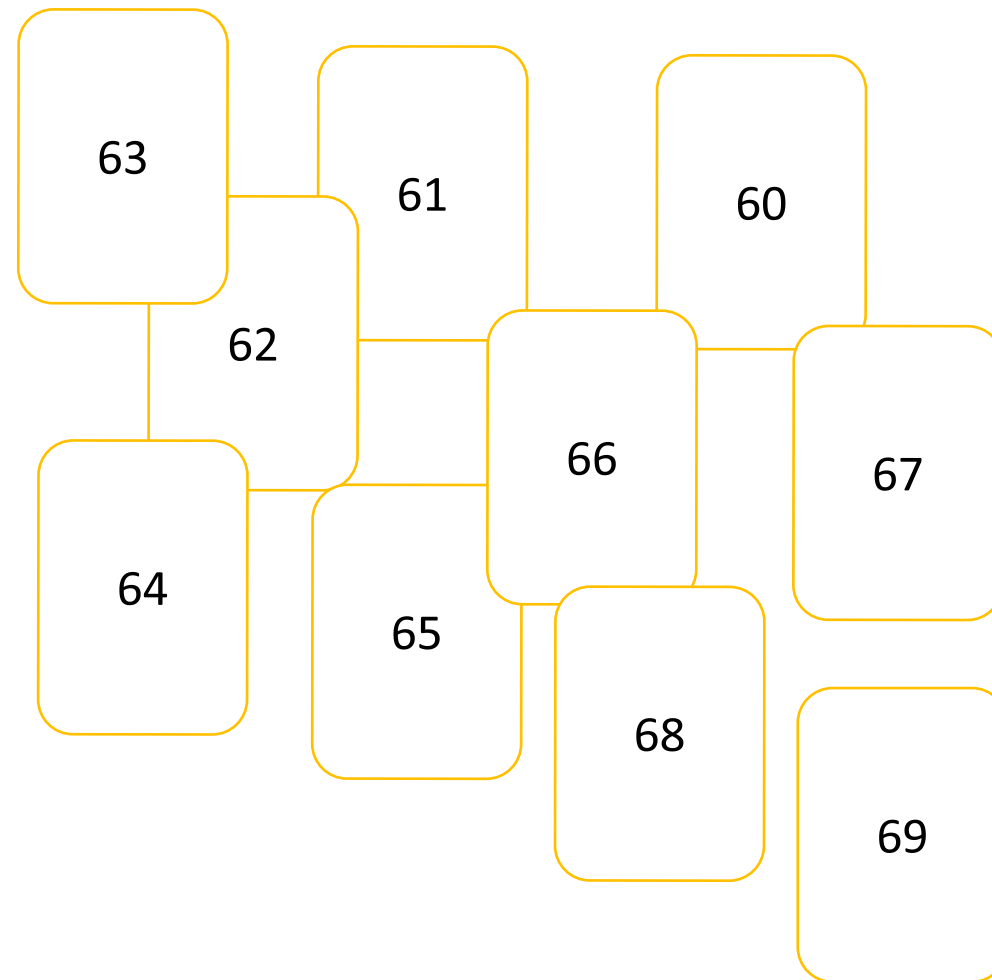
Individuel indsats 10 min. af gangen, 3 gange om ugen i 6 uger.

Interventionen tager udgangspunkt i konkrete materialer og ikoniske repræsentationer koblet til symbolbeherskelsen.

Løbende noteres der ned ift. aktiviteter, som eleven trives i og hvilket udbytte eleverne opnår af indsatsen.

Talrækken

- Giv familien et navn
- Tælle op og tælle ned
- Læg tallene op i rækkefølge
- Byg med Base10/penge/prikstrimler/æggebakker
- Placer på tallinjen
- Træk et tal og tegn det, så jeg kan gætte, hvilket tal du har trukket
- Hvilket tal er størst? Hvordan kan du være sikker på det?
- Hvad er der ens med alle de her tal? Hvad er forskellen?
- Spil krig med tal eleven mestre



0-9	10	20	30	40	50	60	70	80	90
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

De naturlige tal

Eksempler på aktiviteter, som anvendes i klasserne i forløb om talforståelsen.

Repræsentationerne tages ud og øves enkeltvis 0.-9.	Talkløvning Træk et kort og talkløv det (opdel f.eks. 453 til 400+50+3)	Papir og talkort
	Chef og sekretær Der vælges 3 chefer i klassen. Resten er sekretærer - alle klassens sekretærer trækker et talkort og remedierne til at bygge tallet. - tallet skal lægges på bordet, uden talkortet kan ses - når tallet er bygget, kaldes chefen hen til bordet og skal nu kunne gætte, hvilket tal der er bygget. - alternativt: sekretæren fortæller hvad der er bygget og chefen spørger ind til, hvordan kan du være sikker på det? Og sekretæren forklarer).	Base 10 og brøkruder
	Tegn det Træk et brøkkort og visualiser det	Papir og brøkkort
	Tallinjer Makkerøvelse - den første tegner en tallinje - og et punkt - makkerene forklarer og argumentere for, hvilket tal der ligger der	Papir
	Talslanger Tallinjen er bedre end taltavler, for elever der bøvl.	Talslangen på væggen.

IDEER TIL AKTIVITETER FOR TALFORSTÅElsen

Fokus	Aktivitet	Materialer
Talkort	Introducere de forskellige kort <i>Mange af kortene er selvproducerede, fra Maria Grove Christensen eller Hanne Due Bak</i>	Kasser med talkort 0-20 0-99 0-999 0-9999 Brøkkort Decimantal Brøk/decimal/procent Enhedskort Funktionskort
Størrelsesforhold 0.-9.	Rækkefølgelegen Stafetleg (inddel i hold) - den første i rækken løber op og trækker et talkort tilbage til holdet og starter talfølgen. - den næste trækker et nyt kort og lægger den før/efter det første kort...osv. - der skal samarbejdes og talnavnene skal siges højt.	Talkort
Symbolbeherskelse 1.-6.	Positionsskrig Makkerøvelse med 10 kort fra samme talkort-bunke. - den første vender et kort fra egen bunke, vælger en position at melde krig på. F.eks. "jeg melder krig på ti'ernes plads". - den næste vender et kort og vinderen får begge kort. - der byttes efter hver tur.	Talkort
Symbolbeherskelse 1.-6.	Quiz og Byt Alle får et talkort, går mellem hinanden. 1. Man læser sit kort op og bytter 2. Fortæl positioner - den anden gætter	Talkort
Symbolbeherskelse 1.-3.	Hoppe, spring, gå leg - En trækker et kort - og skal hoppe/spring/gå for at få makkeren til at gætte tallet. - Læg alle kort i rækkefølge - Er alle kort lige lette at få?	Talkort
Størrelsesforhold 1.-6.	Talgæt Makkerøvelse. En trækker et kort og den anden stiller nu spørgsmål, som man kun må svare ja/nej på.	Talkort



Hvilke “yndlingsaktiviteter” bruger I?

Filippa og Cecilie

Filippa og Cecilie går i 8. klasse.

De har begge styr på tallenes navne.
Men udtrykker stor frustration i matematiktimerne.

Udtaler f.eks. "jeg kan ikke matematik"
har røde smileys i deres TF test og
udtrykker et stort ønske om, at lære at
dividere.

Gruppeindsats 45 min. af gangen, 3 gange om
ugen i 6 uger.

Interventionen tager udgangspunkt i hvordan
man kan stå på det man ved, og række en lille
smule videre.

Løbende noteres der ned ift. aktiviteter, som
eleven trives i og hvilket udbytte eleverne
opnår af indsatsen.



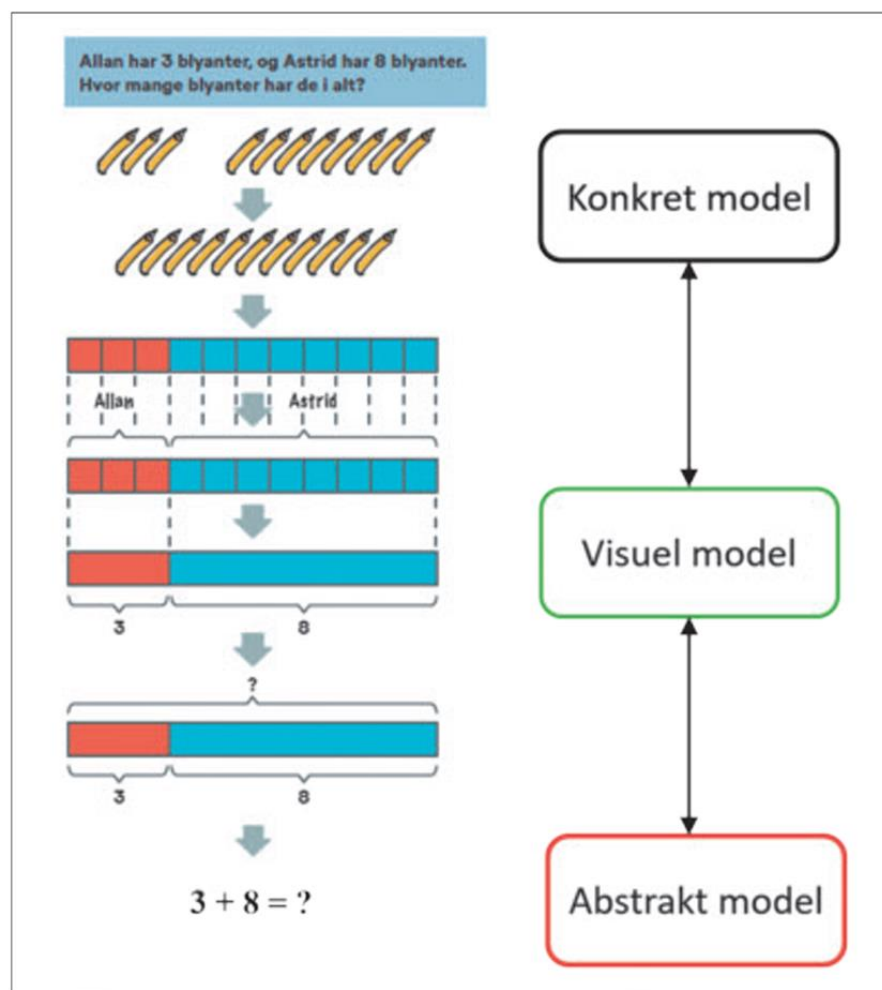
Stå på det du ved...

<https://sites.google.com/g.helsingor.dk/matematik/test/indsatser>

Første gang - Gangestykker	
Aktivitet og kort beskrivelse	Materialer
<p>1 cifrede plusstykker Ideen er, at man sammen kortlægger, hvor mange at de 1 cifrede kort, eleven kender.</p> <p>Snakken kan tage foregå vha. taltavlen med 1 cifrede gangestykker, men man kan også anvende kortene og dele dem i kan - kan næsten og kan ikke endnu bunker.</p> <p>0 *, 1*, 2*10* kortene plejer man at sorteres hurtigt væk. Herefter kigger man på kvadrattallene (1*1, 2*2...) Herefter deles kortene op i kan/kan ikke endnu.</p> <p>Mange elever tænker at de skal kunne alle tabellerne - med det væsentligste er at de kan 2,3,5,10 tabellerne. Resten kan man opdele i mindre stykker. OBS. tabelhop (2,4,6...) er det samme som med optælling og derfor noget der indikerer, at eleven ikke anvender sin hukommelse.</p>	<p>Kort med 1 cifrede gangestykker</p> <p>Taltavle med 1 cifrede gangestykker</p>
<p>Stå på det jeg ved Ideen er, at man nu kigger på alle de kort eleven kan og rækker en smule videre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvis eleven kan 3*3 - ville de så også kunne 3*4? <ul style="list-style-type: none"> - undersøg alle kvadrattal og næsten kvadrattal - undersøg om eleven kan * 10, for så ville de måske også kunne *5 kortene (hvis de kan halvere :)) <p>Farv gerne felterne på taltavlen, mens bunken med "kan" vokser.</p>	<p>Kort med 1 cifrede gangestykker</p> <p>Taltavle med 1 cifrede gangestykker</p>
<p>Opsamling Tæl med eleven om, at det er smart, når man beqvnder at stå</p>	

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Blokmodellen








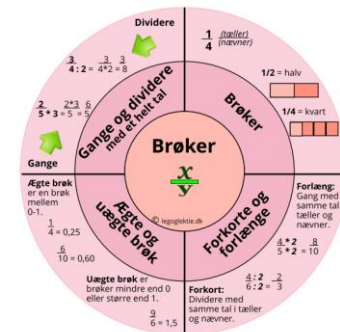
Tekstopgave	Blokmodel	Regneudtryk
A: Søren køber en T-shirt for 180 kr. og sokker for 40 kr. Hvor meget har han købt for i alt?		$180 + 40 = ?$
B: Der går 424 børn på Byskolen. 219 er drenge. Hvor mange er piger?		$424 - 219 = ?$
C: Sidste år fik Amalie 200 kroner i fødselsgave. I år fik hun 3 gange mere. Hvor mange kroner fik hun i år?		$3 \cdot 200 = ?$
D: Der er 21 elever i 4.A. Klassen skal deles i 7 lige store grupper. Hvor mange elever kommer i hver gruppe?		$21 : 7 = ?$
E: Der er 21 elever i 4.A. Hvor mange grupper kan der laves i 4.A, hvis der skal være 3 elever i hver gruppe?		$21 : 3 = ?$

Tabel 1. Eksempler på blokmodeller af typen del-helhed. Bemærk at der for division er to modeller afhængigt af om det er "antal i hver del" eller "antallet af dele" som er kendt.



Hvilke “yndlingsaktiviteter” bruger I?

	$3 + 3 = 6$
	$8 + 8 = 16$
	$5 + 5 = 10$
	$10 + 10 = 20$
	$4 + 4 = 8$



Kompenserende hjælpemidler



Skal ligestille eleven, så vanskeligheden ikke står i vejen for læringen.

Lige nu er der ikke ret mange muligheder - så hvad kunne vi forestille os, kunne være en hjælp?

Hvad kunne vi drømme om?



84 FIRE-OG-FIRS	85 FEM-OG-FIRS	86 SEKS-OG-FIRS
87 SYV-OG-FIRS	88 OTTE-OG-FIRS	89 NI-OG-FIRS

Tak for ordet

Referencer

- Bruner, J.S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, 19(1), (s. 1-15). Set 20.03. 2020 på <https://doi.org/10.1037/h0044160>
- Butterworth, B. (2005). "Developmental Dyscalculia"
- Dowker, A. (2005). "Individual Differences in Arithmetic: Implications for Psychology, Neuroscience and Education"
- Gersten, R., & Chard, D. J. (1999). "Number Sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities"
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65, 97.
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?. *Educational studies in Mathematics*, 26, 165-190.
- TRACK projektet, <https://www.via.dk/forskning/paedagogik-og-dannelse/matematik-og-naturfagsdidaktik/track>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sunde, P. B., Jóelsdóttir, L. B., & Pedersen, P. L. (2020). Blokmodellen: en overset repræsentation i dansk matematikundervisning?. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2020(2), 21. Hentet fra <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/12078>